

複素関数論の標準的な講義を行います。1 学期の「解析学基礎 A」を履修したことを前提にします。ただし、必要に応じて復習しながら進みます。具体的には、次の事柄を知っていれば十分です (下に確認のための問題あり)。

- 複素関数の微分可能性とコーシー・リーマンの方程式
- 複素積分と (典型的な場合の) コーシーの積分定理, コーシーの積分公式
- 指数関数 e^z と三角関数 $\cos z, \sin z$
- べき級数の収束円

▶ 教科書は指定しません。複素関数論, 複素解析の本はきわめてたくさん出版されていますので, 自分に合ったものを選んでください。参考書として, シラバスに記載した

- L.V. アールフォルス: 複素解析, 現代数学社, 1982
- 新井朝雄: 複素解析とその応用, 共立出版, 2006

に加えて

- 林実樹廣, 長坂行雄: 複素関数概論, サイエンス社, 2003

も挙げておきます。

▶ 講義計画

- | | | | |
|----------|----------|------------------------|----------|
| §0. 復習 | §1. 正則関数 | §2. 有理型関数 | §3. 留数解析 |
| §4. 調和関数 | §5. 解析接続 | §6. 有理型関数 (続き, 時間があれば) | |

▶ 成績評価: レポート 1 回と試験 1 回で評価します。

問題

[1] \mathbb{C} 内の領域上の正則関数 $f(z)$ で $\operatorname{Re} f \equiv 0$ をみたすものを求めなさい。

[2] \mathbb{C} 内の単一閉曲線 C と $a \notin C$, $n \in \mathbb{Z}$ に対し, 次の積分の値を求めなさい。

$$\int_C (z - a)^n dz$$

[3] $\sin i$ の値を求めなさい。また, $\sin z = 2$ の解を求めなさい。

[4] 次のべき級数の収束半径を求め, 収束円の周上での挙動について何か述べなさい。

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}$$