

# 確率測度全体のなす空間上の $\alpha$ -測地線と平均測度の幾何\*

佐藤 弘康 (日本工業大学)†

## 概要

$(\Omega, \mathcal{F}, \lambda)$  を測度空間とする。測度  $\lambda$  と絶対連続な  $\Omega$  上の正值確率測度全体のなす空間  $\mathcal{P}(\Omega)$  上には、Fisher 計量の自然な拡張である計量  $G$  が定まり、 $(\mathcal{P}(\Omega), G)$  は曲率  $1/4$  の定曲率空間となる。本講演では、 $(\mathcal{P}(\Omega), G)$  上に統計構造を与える接続の族  $\nabla^{(\alpha)}$  の構成法として、(1)  $f$ -ダイバージェンスを用いる方法と (2) affine 埋め込みを用いる方法を紹介する。また、正規化平均測度の概念を定義し、 $\nabla^{(\alpha)}$  の測地線とそれらの関係についても述べる。

## 参考文献

- [1] S.-I. Amari, *Information Geometry and Its Applications*, Applied Mathematical Sciences **194**, Springer, 2016.
- [2] S.-I. Amari and H. Nagaoka, *Methods of information geometry*, Trans Math. Monogr. **191**, American Mathematical Society and Oxford University Press, 2000.
- [3] O. Calin and C. Udriște, *Geometric Modeling in Probability and Statistics*, Springer, 2014.
- [4] T. Friedrich, *Die Fisher-Information und symplektische Strukturen*, Math. Nachr. **153** (1991), 273-296. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mana.19911530125/abstract>
- [5] T. Kurose, *On the divergences of 1-conformally flat statistical manifolds*, Tohoku Math. J. **46** (1994), 427-433. <http://projecteuclid.org/euclid.tmj/1178225722>
- [6] M. Itoh and H. Satoh, *Information geometry of Poisson kernels on Damek-Ricci spaces*, Tokyo J. of Math. **33** (2010), 129-144. <https://projecteuclid.org/euclid.tjm/1279719582>
- [7] M. Itoh and H. Satoh, *Fisher information geometry, Poisson kernel and asymptotical harmonicity*, Differential Geom. Appl. **29** Supplement 1 (2011), S107-S115. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926224511000544>
- [8] M. Itoh and H. Satoh, *Geometry of Fisher information metric and the barycenter map*, Entropy **17** (2015), 1814-1849. <http://www.mdpi.com/1099-4300/17/4/1814/>
- [9] 野水 克己・佐々木 武, *アフアイン微分幾何学 -アフアインはめ込みの幾何-*, 裳華房, 1994.
- [10] G. Pistone and C. Sempì, *An infinite-dimensional geometric structure on the space of all the probability measures equivalent to a given one*, Ann. Statist. **23** (1995), 1543-1561. <http://projecteuclid.org/euclid.aos/1176324311>

---

\* ミニワークショップ 統計多様体の幾何学とその周辺 (8), 2016年9月12日(月)~13日(火), 北海道大学

† hiroyasu@nit.ac.jp