

## 見えない形の探求へ

大学院理学研究院・大学院理学院  
(理学部数学科)

ふるはた ひとし  
准教授 古畑 仁



出身高校: 長野県松本深志高校  
最終学歴: 東北大学大学院理学研究科

専門分野: 数学 (部分多様体の微分幾何学)  
研究のキーワード: 曲線・曲面の幾何, アフィン幾何, 統計多様体  
HP アドレス: <http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/~furuhashi/>

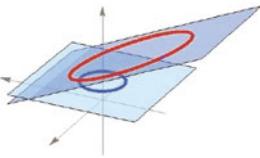
### 何の研究をしていますか？

微分積分や線型代数などを用いて**曲線**, **曲面**の形を調べています。形がどのような情報で決定されているのかに興味を持っています。

### そもそも曲線の形とは何を意味していますか？

現在研究している数学 (アフィン微分幾何) について, 数式を使うのを我慢して少し説明してみます。

2枚の透明な板にそれぞれ図形が描かれているとしましょう。重ねた板をうまくずらして図形がぴったり重なると2つは同じ図形と理解できます。これが学校で習った基本的な考え方です (立場[E]とよんでおきましょう)。しかし私たちは知らず知らずのうちにもっと広い「同じ」という概念を用いています。大きさが違っても同じと思う場合もあるし, ちょっと歪んでも同じと思う場合もあるでしょう。板をちょっと持ち上げて下から見て重なる場合を想像してください (下図を見てください。立場[A]としましょう)。



立場[E]をユークリッド幾何学とよびますが, 立場[A], 数学用語を使って言い換えると, 図形のアフィン変換によって不変な性質に注目する立場を**アフィン幾何学**とよびます。

ここで図形といったときにみなさんは何を思い浮かべたでしょうか? 円? アフィン幾何学では円と楕円は同じものと理解すべきなので, 円という概念はありません。長さや角度という概念がそもそもないのです。しかし, こんな世界でもきれいな平面曲線に対して, 微分幾何学的に曲率という曲がり具合をはかる概念が定式化できて, それを調べると定量的に2つの曲線が同じかどうか判定できます。

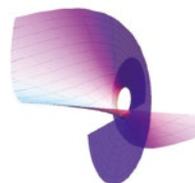
このような幾何学は最新の数学とは言えませんが, 実は未知の領域で, わかっていないことがたくさんあるのです。近年は工業デザインなどの分野でも関連した研究が報告されています。

### この話, 空間曲線や曲面の場合はどうなるのですか？

もはや2枚の透明な板, というわけにはいきませんが, 同じことを考えて, アフィン

空間内の曲面の微分幾何学として展開することが可能です。さらに一般化した  $n$  次元アフィン空間内の部分多様体論や、空間そのもの（多様体）のアフィン幾何学的な研究をしています。このように、透明な板というような目に見える道具がなくても、幾何学は可能なのです。

アフィン幾何学では、「まっすぐ」という概念（アフィン接続というもので表現されます）には意味があり重要です。リーマン多様体（長さや角度という概念を持っている空間）には、自然にまっすぐという概念を定めることができます。リーマン多様体にもう一つ新たなまっすぐという概念をつくわえたものを**統計多様体**とよびます（残念ながら、ちゃんとした定義はここでは紹介できません）。こうして抽象的に構成した空間ですが、実は統計学や情報理論といった分野でおこる現象を幾何学的に説明することに役立つことがわかっています。情報幾何学は工学出身の研究者が現在多いようですが、私は微分幾何学的な立場で統計多様体の研究も行っていきます。



線織的な中心アフィン極小曲面の例

## 数学は好きだけれど、数学科に行くのはちょっと勇気が必要ですね？

確かに数学科には驚くほど頭の良い人がいます。そういう人々の中で自分がやっていると不安だと思います。でもそういう印象とは違う、いろいろなタイプの数学者がいるし、必要だということを言っておきたいのです。学生も同じこと。その人ならではの、意味のある研究が行われています。数学には長い歴史があり、すでに多くの研究がありますが、わからないこともたくさんあります。そして、出来ることもたくさんあるというわけです。

質問の意味が、数学科を出てから後のことでしたら、数学の重要性、数学を真剣に学んだ経験の有用性を認識する人（企業）が急速に増えていますし、その傾向は続くでしょうから、その点も心配することはないと思います。

数学は世界で通じる言語です。世界中に多くの仲間がいます。数学の美と力を信頼しているためか、異なる文化を持つ人々ともすぐに連帯感がわいてきます。北大数学教室は国際的な共同研究も活発ですので、何か新しい環境にあこがれる若い人にとってよい選択肢になりうると思います。でも三四郎の広田先生なら、こういうかもしれません。北海道は広い、北海道より世界は広い、世界より... 頭の中の方が広いでしょう。

## 参考書

- (1) 古畑仁, 『曲面——幾何学基礎講義』, 数学書房 (2013)
- (2) Furuhata H., Hypersurfaces in statistical manifolds, Differential Geom. Appl. 27(2009), 420-429. <https://doi.org/10.1016/j.difgeo.2008.10.019>