テキスト理系の数学８「曲面—幾何学基礎講義」　修正票

古畑 仁

2021 年 3 月

この修正票は，北海道大学での 2018 年度，2020 年度幾何学基礎の受講生と 2017 年度北大東北大合同セミナーの参加者などの協力により作成されました．引き続き，修正すべき点について読者からの情報提供をお願いします．

[p.11, ℓ.5] “e_1” を “$e_1(s)$” に修正．

[p.36, ℓ.6] “曲線の弧長パラメータ表示” を “平面曲線の弧長パラメータ表示” に修正．

[p.38, ℓ.9] “ただし，$a > 0$ とする．” を追加．

[p.38, ℓ.15] “つぎのように定める $\varphi : I \to \mathbb{R}^2$ が単射ならば，平面曲線の弧長パラメータ表示であることを示し，” に修正．[p.112, ℓ.11] の注意も参照せよ．

[p.40, ℓ.8] “同相写像 ψ” を “向きを保つ滑らかな同相写像 ψ” に修正．

[p.41, ℓ.10] “なめらか” を “滑らか” に修正．

[p.45, ℓ.10, 11] “$S^2(1)$” を “$S^1(1)$” に修正．

[p.53, ℓ.19] “$\int_{\phi(S^1)} 1 d\mu$” を “$\int_{\phi(S^1(1))} 1 d\mu$” に修正．

[p.54, ℓ.2] “閉曲線 $\phi(S^1(1))$” を “閉曲線 $C = \phi(S^1(1))$” に修正．

[p.70, ℓ.2] “曲線のパラメータ表示” を “C^∞ 写像” に変更．右辺および証明の 2 行目も同様に変更する．このままでは $\varphi_* T_{u_0} U$ がベクトル空間にならない．

[p.74, ℓ.19] “行列 $I(u)$” を “行列 $\mathrm{I}(u)$” に修正．

[p.75, ℓ.9] “式 $(10.2)_1$” は，(10.2) の第 1 式を意味する．ほかでも断っていないが，同様な意味である．

[p.76, ℓ.18] “曲線のパラメータ表示” を “C^∞ 写像” に修正．

[p.78, ℓ.2] “平面のパラメータ表示” を “平面をあらわす曲面のパラメータ表示” に修正．

[p.78, ℓ.10] “$e(u^1)$” を “e” に修正 (2 か所)．

[p.78, ℓ.11] “とする．” を “とする $((u^1, u^2) \in (0, 2\pi) \times \mathbb{R})$．” に修正．

[p.89, ℓ.15] “球面 (の一部)” から括弧を削除する．この設定では，球面全体にはなりえない．

[p.92, ℓ.22] “$GL(n;\mathbb{R})$” を “$GL(4;\mathbb{R})$” に修正．

[p.112, ℓ.11] “曲面のパラメータ表示になる” の前に “単射ならば” を追加する．同様の追加を練習 14.23, 練習 14.24 でも行う．本書では「曲面のパラメータ表示」は単射であることを要請しているのでこのような煩わしいことが起こっている．それは，多様体を学ぶときに「概念」を理解しやすくなるだろうという配慮のためであって，実際の形を調べたいときには不要な場合が多い．

[p.112, ℓ.14] “一定 -1” を “一定値 -1” に修正．

[p.118, ℓ.11] “ω を E_1 から F_1 への有向角度，すなわち

$$(F_1(s)\ F_2(s)) = (E_1(s)\ E_2(s)) \begin{bmatrix} \cos\omega(s) & -\sin\omega(s) \\ \sin\omega(s) & \cos\omega(s) \end{bmatrix},$$
$$\omega(a) \in [0, 2\pi), \quad a := \inf I$$

がなりたち，かつ I 上連続 (したがって滑らかな) 関数になるように定める．($\omega(I) \subset [0, 2\pi]$ とは限らないことにも注意．)” に修正．

[p.124, ℓ.15] “$E_1^{(i)}$ から $F_1^{(i)}$ への有向角度とする．” に修正．

[p.124, ℓ.11] “C^∞” を削除．“C^∞” ではあるが，断らなくても C^∞ であると約束していたので．

[p.124, ℓ.16] (4) をつぎに変更:“各 $i = 1, \ldots, k$ に対して，$\pi - \theta_i \in [0, 2\pi]$ を 多角形領域 $\varphi(D)$ の頂点 $\varphi(c(s_i))$ における内角とする．$\theta_i \in [-\pi, \pi]$ を $\varphi(D)$ の $\varphi(c(s_i))$ における外角という (練習 16.13 参照)．” さらに次を追加．

練習 15.23 $\varphi : U \to \mathbb{R}^3$ を曲面のパラメータ表示とし，$u_0 \in U$ とする．u_0 の近傍 W が存在して，任意の $w \in W \setminus \{u_0\}$ に対して，u_0 と w を結ぶ φ の測地線がただ一つ存在することを示せ．

練習のヒント． 小磯憲史，変分問題，共立出版，p.99 参照．練習 22.10 も参照せよ．

練習 16.13 設定 16.1 において，頂点 $\varphi(c(s_i))$ における外角 θ_i の定義を与えよ．

練習のヒント． 頂点 $\varphi(c(s_i))$ に対して，つぎをみたす $\epsilon > 0$ をとる．(1) $c(s_i)$ を出発し $c(s_i \pm \epsilon)$ を通る測地線がそれぞれただ一つ存在する (練習 15.23 参照)．(2) それらの $\varphi(c(s_i))$ における速度ベクトルをそれぞれ $F_\pm(s_i, \epsilon)$ とし，$F_+(s_i, \epsilon)$ から $F_-(s_i, \epsilon)$ への有向角度を $\iota(s_i, \epsilon)$ とかくとき，$\iota(s_i, \epsilon) \in (0, 2\pi)$ をみたす．このとき，$\iota(s_i) = \lim_{\epsilon \to 0} \iota(s_i, \epsilon) \in [0, 2\pi]$ が存在する．このとき，$\theta_i = \pi - \iota(s_i) \in [-\pi, \pi]$ とおけ．なお，$\theta_i \neq 0, 2\pi$ のときは，もっと簡明に定義できるはずなので各自試みよ．

[p.125, ℓ.1]　被積分関数 “$\kappa_{g_i}(s)$” を “$\kappa_g^{(i)}(s)$” に修正．

[p.132, ℓ.9]　“(1)” を削除．

[p.132, ℓ.10]　“$\mathcal{P}$” を “$\mathcal{P}(X)$” に修正．

[p.140, ℓ.17]　“(iv), (v)” を “(iv) から (ix)” に修正して，つぎを追加．(vi) $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ かつ $\overline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, (vii) $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ かつ $\overline{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, (viii) $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ かつ $\overline{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, (ix) $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ かつ $\overline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

[p.159, ℓ.16]　“$\chi(\mathbb{R}^2P)$” を “$\chi(\mathbb{R}P^2)$” に修正．

[p.166, ℓ.17]　“第 8 から 16 章までで” を “第 8 章から第 16 章までで” に修正．

[p.174, ℓ.10]　(1) をつぎに変更：双線型関数 $\theta^i \otimes \theta^j : V \times V \to \mathbb{R}$ を $\theta^i \otimes \theta^j(X, Y) = \theta(X)\theta^j(Y)$ $(X, Y \in V,\ i, j = 1, 2)$ と定める．$A = (a_{ij}) \in \mathrm{Sym}_2(\mathbb{R})$ に対して，

$$\sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}\theta^i \otimes \theta^j : V \times V \ni (X, Y) \mapsto \sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}\theta^i \otimes \theta^j(X, Y) \in \mathbb{R}$$

は，V 上の対称双線型形式である．

[p.180, ℓ.12]　“正規曲面でありかつ閉曲面である曲面を正規閉曲面とよぶ．” を追加．

[p.182, ℓ.12]　“足し合わせると” に修正．

[p.190, ℓ.4]　“Gauss 曲率が一定値 -1 をもつ” に修正．

[p.192, ℓ.14]　“(2) 中心アファイン曲線の” を “(2) 非退化な中心アファイン曲線の” へ変更し，その下 (ℓ.16) の式 “$\det(\varphi(t), \dfrac{d\varphi}{dt}(t)) \neq 0,$” を削

除．なお，いくつか“非退化な中心アファイン曲線の中心アファイン弧長パラメータ表示”という表現が現れるが，定義の仕方から，“非退化な”は削除する．

[p.206, ℓ.13] 式右辺のべき“1/3”を“$-1/3$”に修正 (2 つとも)．

[p.208, ℓ.4] “中心アファイン計量”を“中心アファイン基本量”に修正．さらに，練習 A.29 はつぎを追加．

とくに，U が単連結ならば，$\rho \in C^\infty(U)$ が存在して，Gauss の式および Gauss-Codazzi の方程式が，つぎで与えられることを確かめよ．

$$\left\{\begin{array}{lllll} \partial_1\partial_1\varphi = & (\lambda^{-1}\partial_1\lambda + \partial_1\rho)\ \partial_1\varphi & & +a\lambda^{-1}\ \partial_2\varphi, & \\ \partial_1\partial_2\varphi = & \partial_2\rho\ \ \partial_1\varphi & & +\partial_1\rho\ \ \partial_2\varphi & +\lambda\varphi, \\ \partial_2\partial_2\varphi = & b\lambda^{-1}\ \partial_1\varphi & +(\lambda^{-1}\partial_2\lambda + \partial_2\rho)\ \partial_2\varphi. & & \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \partial_1\partial_2 \log\lambda + ab\lambda^{-2} - \lambda = \partial_1\rho\ \partial_2\rho, \\ \partial_1 b = \lambda\ \partial_2\partial_2\rho - \partial_2\rho\ \partial_2\lambda, \quad \partial_2 a = \lambda\ \partial_1\partial_1\rho - \partial_1\rho\ \partial_1\lambda. \end{array}\right.$$

[p.228, ℓ.12] 6.14(6.9) について，“$\kappa(t) = 3^{-1}(t^2+1)^{-2}$”に修正．

[p.232, ℓ.7] (10.5) について，“$n(u,v) = -r^{-1}\varphi(u,v)$”に修正．

[p.234, ℓ.6] (10.11) について，“$K(u,v) = -a^2((a^2+1)v^2+a^2)^{-2}$, $H(u,v) = -1/2a((a^2+1)v^2+a^2)^{-3/2}((a^2+1)v^2+a^2-1)$”に修正．

[p.234, ℓ.8] (10.12) について，“$U = \{0 < u < 2\pi,\ -2 < v < 2\}$”は誤り．$\varphi$ の単射性を考慮しない場合は $U = \mathbb{R}^2$ で定義できる．

[p.241, ℓ.15, 18] “$n+1$ 次元”を“n 次元”に修正．

以上．