数学科目ガイド

(平成18年度入学者用)

目 次

平成１８年度以後のカリキュラム

2007/06/29

<table>
<tr><td>１年
１学
期</td><td colspan="7">[理学部共通科目]
数学１（幾何と複素数）
全学基礎科目
線形代数学Ⅰ，微分積分学Ⅰ</td><td>2</td></tr>
<tr><td>１年
２学
期</td><td colspan="7">全学基礎科目
線形代数学Ⅱ，微分積分学Ⅱ</td><td></td></tr>
<tr><td>２年
１学
期</td><td colspan="7">[理学部共通科目]
数学２（変換と対称性）
数学３（級数入門）
数学４（ベクトル解析）
現代数学への招待
全学基礎科目
数学概論（２年次以後）</td><td>
2
2
2
2</td></tr>
<tr><td>２年
２学
期</td><td colspan="7">（選必）基礎数学Ａ（線形代数）講義２コマ
（選必）基礎数学演習Ａ（線形代数演習）
（選必）基礎数学Ｂ（位相）講義２コマ
（選必）基礎数学演習Ｂ（位相演習）
（選必）基礎数学Ｃ（微分積分（１変数））講義２コマ
（選必）基礎数学演習Ｃ（微分積分（１変数）演習）
（選必）コンピュータ（演習）</td><td>4
2
4
2
4
2
2</td></tr>
<tr><td>３年
１学
期</td><td>代数学基礎（代数系の基礎）
(選必) 講義２コマ
(選必) 演習</td><td>

4
2</td><td>幾何学基礎（曲線と曲面の幾何学）
（選必）講義２コマ
（選必）講究</td><td>

4
2</td><td>基礎数学Ｄ（微分積分（多変数））
（選必）講義
（選必）演習

解析学基礎Ａ（複素関数論入門）
（選必）講義
（選必）演習</td><td>
2
2

2
2</td><td>数理科学基礎（現象の数理）（選必）</td><td>2</td></tr>
<tr><td>３年
２学
期</td><td>代数学Ａ（環論）
（選択）講義
（選択）演習
代数学Ｃ（体論）
（選択）（３年２学期でも４年２学期でも履修可能）</td><td>
2
2
2</td><td>幾何学Ａ(多様体)(選択)
幾何学Ｂ(ホモロジー)(選択)
幾何学演習（選択）</td><td>2
2

2</td><td>解析学基礎Ｂ（ルベーグ積分論）
（選必）講義
（選必）演習
- - - - -
解析学Ａ（続・複素関数論）(選択)
解析学Ｂ（常微分方程式論）(選択)
解析学Ｆ（確率論）（選択）
（３年２学期でも４年２学期でも履修可能）</td><td>
2
2

2
2
2</td><td>数理科学Ａ（数値解析・数値計算）
（選択）講義
（選択）演習</td><td>

2
2</td></tr>
<tr><td>４年
１学
期</td><td>代数学続論（続・環論）(選択)
代数学Ｂ（群論）（選択）</td><td>2

2</td><td>幾何学Ｃ(基本群と被覆空間)（選択）</td><td>2</td><td>解析学Ｃ（測度論）(選択)
解析学Ｄ（関数解析入門）(選択)
解析学Ｅ（力学系入門）(選択)</td><td>2
2
2</td><td>数理科学Ｂ（非線形数学１）(選択)
数理科学講究Ｂ(選択)</td><td>2

2</td></tr>
<tr><td>４年
２学
期</td><td>代数学Ｃ（体論）（選択）（３年２学期でも４年２学期でも履修可能）</td><td>2</td><td>幾何学続論[多様体続論]（選択）</td><td>2</td><td>解析学Ｆ（確率論）(選択)
（３年２学期でも４年２学期でも履修可能）
解析学Ｇ（フーリエ解析）（選択）</td><td>2

2</td><td>数理解析学続論 [非線形数学 2] (選択)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>４年</td><td colspan="7">卒業研究</td><td>１６</td></tr>
<tr><td colspan="9">講義１コマは２単位，演習１コマは２単位，卒業研究は１６単位．
数学専門科目の卒業必要単位数は１２６－（４８＋１０＋１６）＝５２単位．
全学教育科目の修得単位数が４８を超える単位数のうち１８単位以内を専門科目の卒業単位数に算入できる．
理学部共通科目修得単位数が１０を超える単位数のうち１０単位以内を専門科目の卒業単位数に算入できる．
他に，数学講読（３年セミナー，選択）続論，特論（集中講義）がある．</td></tr>
</table>

全学教育科目

線形代数学 I (1 年 1 学期)

授業の目標 ：線形代数学への入門として, 行列と行列式について講義する. 行列と行列式の 演算及び行列の基本変形 (掃き出し法) を学び, これらの事柄を連立 1 次方程式との関連で理解することを目標にする.

到達目標 ：行列と行列式の演算および行列の基本変形 (掃き出し法) に習熟する. 行列式や 逆行列の計算方法, 連立 1 次方程式の解の公式 (クラメールの公式) を理解し, 活用できる力を養う.

授業計画 ：

1. 行列：定義と算法 (和・スカラー倍・積), 行列の転置
2. 連立 1 次方程式の理論 ： 消去法と行列の掃き出し法, 解空間
3. 行列の階数
4. 行列式 ： 定義と基本的な性質, 余因子展開
5. 逆行列
6. クラメールの公式
7. 時間が許せば【平面上の 1 次変換と行列】に触れる.

微分積分学 I (1 年 1 学期)

授業の目標 : 微分法についての講義を行う. 講義の前半では, 1 変数関数の微分法について高等学校で学んだことを体系的に整理し, 新しい概念や定理の補充を行う. 講義の後半では, 多変数関数（主に 2 変数関数）の微分法について学ぶ. 講義の全体を通して, 1 変数関数の理論がどのように多変数関数の理論に拡張されるかについての理解を深めるとともに, 科学の諸分野で起こる問題を数学的に定式化し, 解決する能力を養うことを目標とする.

到達目標 : 1 変数および多変数の微分法に習熟し, 近似値, 極限値, 極大・極小などを微分法を用いて具体的に計算できる力を養う.

授業計画 :

＜＜数列と関数＞＞

1. 実数の連続性, 数列の収束
2. 関数の連続性, 連続関数の性質, 逆三角関数

＜＜1 変数関数の微分法＞＞

3. 微分係数の定義と導関数
4. 逆関数の微分法, 媒介変数による微分法
5. 平均値の定理, 高次の導関数とテイラーの定理
6. 不定形の極限

＜＜多変数関数の微分法＞＞

7. 点集合（距離, 開（閉）集合, 領域等）, 関数の極限と連続性
8. 偏微分, 全微分可能性
9. 合成関数の微分法, テイラーの定理
10. 写像とヤコビアン, 陰関数定理
11. 極値問題
12. 曲線と曲面

線形代数学 II (1 年 2 学期)

授業の目標 ：線形代数学 I に引き続いて, ベクトル空間と線形写像について講義をする. 行列と連立 1 次方程式の理論が, ベクトル空間の概念を基礎とした線形写像の理論として明快にとらえられることを明らかにする. さらに, 線形写像の固有値を用いて, 正方行列とくに対称行列を対角化する理論および計算法を修得する.

到達目標 ：ベクトル空間や線形写像の概念を理解し, 行列とベクトルによる具体的な取扱いに習熟する. また, 固有値を用いて 2 次, 3 次の行列の対角化を具体的に実行できる力を養う.

授業計画 ：

1. ベクトル空間：定義と例, 部分空間
2. 1 次独立と 1 次従属, ベクトル空間の次元と基底
3. 線形写像：行列との関係, 階数, 基底の変換
4. 線形写像の核と像
5. 行列および線形写像の固有値と固有ベクトル
6. 内積空間：定義と例, ノルム, シュワルツの不等式
7. シュミットの直交化, 直交補空間
8. 対称行列の対角化と 2 次形式

微分積分学 II (1年2学期)

授業の目標 ： 積分法についての講義を行う．講義の前半では, 1 変数関数の積分法について高等学校で学んだことを体系的に整理し, 新しい概念や定理の補充を行う．講義の後半では, 多変数関数の積分法について学ぶ．講義の全体を通して, 1 変数関数の理論がどのように多変数関数の理論に拡張されるかについての理解を深めるとともに, 科学の諸分野で起こる問題を数学的に定式化し, 解決する能力を養うことを目標とする．

到達目標 ：1 変数および多変数の積分法に習熟し, 定積分, 不定積分, 線績分, 面積, 体積, 曲面積などを具体的に計算できる力を養う．

授業計画 ：

＜＜1 変数関数の積分法＞＞

1. 定積分の定義と性質
2. 原始関数, 微分と積分の関係
3. 広義積分の定義とその収束の条件
4. ガンマ関数, ベータ関数

＜＜多変数関数の積分法＞＞

5. 重積分の定義とその性質（主として 2, 3 次元）
6. 重積分の計算法（累次積分, 変数変換による積分など）
7. 広義積分の定義とその収束の条件
8. 重積分の応用（体積, 曲面積, 線積分など）

数学概論 (微分方程式入門)(2 年 1 学期)

授業の目標 : 微分方程式の基礎について講義する. 基本的な微分方程式の具体的解法を身につけるとともに, 科学の諸分野で起こる問題を数学的に定式化し, 解決するための基本的な考え方を学ぶ. 関連する微分積分学のさまざまな事項への理解を深めると同時に, 微分方程式の背景や他の数学分野との関連なども知る.

到達目標 : さまざまなタイプの基本的な微分方程式の解法を修得し, 具体的に解けるようになること.

授業計画 : 次の項目より選んで講義を行う.

1. 求積法 (変数分離形, 同次形, 1 階線形の方程式)
2. 2 階線形方程式 (基本解, ロンスキアン, 初期値問題)
3. 完全形 (ポテンシャル関数の存在と求め方)
4. 演算子法
5. 定係数連立 1 階線形方程式 (未知関数が 2 個, 方程式の個数が 2 個の場合など)
6. 平面曲線とクレーローの微分方程式
7. 計算機を用いた近似解法

数学概論 (その他のトピックス)(2 年次以降)

その他のトピックスについて解説する.

理学部共通科目

数学 1 (幾何と複素数)(1 年 1 学期)

授業の目標 : 空間内の直線, 平面, 球などの図形をベクトルを使って表したり，平面の回転などを行列で表すことを学びながら, ベクトル, 行列, 1 次変換の幾何学的なイメージを持てるようにする. また, 平面上の図形, 平面の移動を複素数を使って表すことを学びながら, 複素数が 2 次方程式を解くためだけでなく, 幾何学的な面も持った豊かな数であることを感じ取れる様にする.

授業計画 :

1. 平面および空間ベクトル:
   内積, ノルム, 直線の方程式, 平面の方程式, 球面の方程式と接平面, 法線ベクトル, 空間ベクトルの平面への正射影
2. 平面の回転と行列, 1 次変換:
   回転, 折り返し, 行列, 1 次変換, 図形の移動や変換も多少扱う
3. 複素数と複素平面:
   複素数の演算, 2 次方程式, 複素平面, 極形式, ド・モアブルの公式, 1 の n 乗根
4. 複素数と平面図形:
   写像, 円, 三角形, 平行移動, 回転, 相似変換, 反転, 1 次分数変換, 立体射影 (余裕があれば)

数学 2 (変換と対称性)(2 年 1 学期)

授業の目標 : 対称性とその背後にある変換は, 数学全般にわたって現れるテーマであり, 自然科学の諸分野においても大きな意義をもつ. 変換を通して群の概念を学び, 図形の分類においても群が本質的な役割を担っていることを, 2 次曲面の分類と対称行列の標準形との関係を通して, 理解する. また, 同様の考察が複素ベクトル空間に対しても有効であることを学ぶ.

授業計画 :

1. ユークリッド変換と直交行列
   (ユークリッド距離, 合同変換の行列表示, 群の公理)
2. 2 次形式の標準形
   (対称行列と 2 次形式, 正定値行列)
3. 2 次曲面の分類
   (2 次曲面の形)
4. ユニタリ行列と正規行列
   (エルミート内積, エルミート行列, スペクトル分解)

備考 : 線形代数学 I,II の内容を仮定する.

数学 3 (級数入門)(2 年 1 学期)

授業の目標 : 解析学の基礎として, 無限級数とその応用について学んでいく. イプシロン・デルタ論法による厳密な証明は行わず, 簡単な説明と例を豊富に提示する.

授業計画 :

1. 数列の極限とその計算
2. 無限和の定義と級数の計算
3. 正項級数と交代級数
4. 絶対収束と条件収束
5. 収束の判定条件
6. ベキ級数と収束半径
7. テイラー展開とフーリエ級数

備考 : 微分積分学 I, II の内容を仮定する.

数学 4 (ベクトル解析)(2 年 1 学期)

授業の目標 : 主として, 部分積分を活用した多変数関数の積分論 (ベクトル解析) を学ぶ. 単純な図形上のなめらかな関数の積分を主に取扱い, 曲線の長さ・曲面積, また線積分・面積分の概念に慣れる. 厳密な証明よりも, 例を豊富に提示する.

授業計画 :

1. 曲線の長さ
2. 曲面の面積
3. 線積分, 面積分
4. グリーンの定理
5. ガウスの発散定理
6. ストークスの定理

備考 : 微分積分学 I, II の内容を仮定する.

現代数学への招待 (2 年 1 学期)

授業の目標 : 現代の数学とそれに関連するいくつかのテーマについて紹介し, 現代の数学研究とその動向の一端を知り, 大学における数学の勉強の為の指針を提供する.

授業計画 : 事前に掲示, または初回の講義時に説明する.

基礎数学科目

基礎数学 A (本格的な線形代数学)(2 年 2 学期)

授業の目標 : 複素数体上のベクトル空間及び線形写像の基礎理論と計算法を習得することを主たる目標とする.

到達目標 : 複素数体上のベクトル空間や線形写像の概念を理解し, 行列とベクトルによる具体的な取り扱いに習熟する.

授業計画 :

1. 複素数体上のベクトル空間：定義と例, 部分空間
2. 1 次独立と 1 次従属, ベクトル空間の次元と基底
3. 線形写像と表現行列
4. 線形写像の核と像
5. 固有値と固有ベクトル
6. 行列の対角化
7. 内積と計量ベクトル空間：定義と例
8. 正規直交基底とユニタリ行列
9. エルミート行列の対角化
10. 正規行列
11. 双対空間と部分空間の双対性
12. 双一次形式

備考 : 線形代数学 II は前提としない.

基礎数学演習 A (線形代数の演習)(2 年 2 学期)

基礎数学 A の演習を行う.

基礎数学 B (位相)(2 年 2 学期)

授業の目標 : 現代数学を学ぶために必要な集合と写像について理解したうえで, 距離空間と位相空間, およびそれらに関連する概念を修得することを目的とする.

到達目標 : 述語論理と集合の関係を理解すること. 逆像が正確に理解できるようになること. 距離空間と位相空間, およびそれらに関連する概念を実例をもとに理解すること.

授業計画 :

1. 論理と集合, 部分集合, 集合の和, 共通部分, 直積写像, 全・単射, 逆像, 集合の濃度 (可算, 非可算, 冪集合) (集合については位相を学習する上で必要最小限の内容のみを扱う. 選択公理とツォルンの補題 (順序集合) は扱わない.)
2. 距離空間: 定義と例, 近傍, 開集合, 閉集合, 連続写像 (イプシロン・デルタ論法, 近傍, 開集合による記述)
3. 位相空間: (開集合系による) 定義と例, 近傍, 閉集合と閉包, 部分位相空間, 直積空間, 連続写像, 誘導位相, 位相の強弱, 同相, (弧状) 連結, コンパクト性, ハウスドルフ性, 可算公理
4. 距離空間 (再) : 完備性, コンパクト性と点列コンパクト性

基礎数学演習 B (位相の演習)(2 年 2 学期)

基礎数学 B の演習を行う.

基礎数学 C (本格的な微分積分学)(2 年 2 学期)

授業の目標 : 高校そして全学教育の微分積分学 I,II で計算面を中心に学習してきた微分積分について, 改めて本格的な微分積分を学ぶ. 収束と極限の概念, 実数の連続公理より導かれる実数の基本的性質から始めて, 1 変数関数の微分積分を論理的に厳密に講義する.

到達目標 :

1. イプシロン・デルタ論法による極限に関する議論の習熟
2. 有界閉区間上の連続関数の性質の理解
3. 平均値の定理, テイラーの定理の理解
4. 定積分の定義と可積分性の理解
5. 不定積分と微積分学の基本定理の理解

6. 広義積分の理解
7. 絶対収束と条件収束の理解
8. 一様収束と一様収束関数列の性質の理解

授業計画 ：

1. 実数の基本的性質：
   上限と下限, 収束の定義, イプシロン・デルタ論法, コーシー列, 完備性
2. 関数の極限と連続関数：
   関数と極限, 連続関数, 最大・最小値定理, 中間値定理, 一様連続性
3. 平均値定理, テイラーの定理とその応用
4. 定積分：
   定積分の定義, 可積分性, 定積分の性質
5. 不定積分：
   不定積分の定義, 微積分学の基本定理
6. 広義積分：
   広義積分の定義, 収束性の判定法, 広義積分の例
7. 級数の収束性：
   絶対収束, 条件収束, 収束性の判定法
8. 関数列の収束：
   一様収束, 微分と極限の順序交換, 積分と極限の順序交換

基礎数学演習 C (微分積分学の演習)(2 年 2 学期)

基礎数学 C の演習を行う.

基礎数学 D (本格的な微分積分学の続き)(3 年 1 学期)

授業の目標 ：基礎数学 C(1 変数関数に関する微分積分) に続いて, 多変数の微分積分について講義する.

到達目標 ：

1. ユークリッド空間の位相, コンパクト集合とその上の連続関数の性質の理解
2. 多変数関数の全微分と偏微分, 両者の関係に関する理解
3. 平均値定理, テイラーの定理とその極値問題への応用に関する理解

4. 陰関数定理, 逆関数定理とラグランジュの未定乗数法に関する理解
5. 有界閉区域上の積分の定義とその性質及び連続関数の可積分性に関する理解
6. 広義積分の定義と広義積分の収束判定法に関する理解

授業計画 ：

1. ユークリッド空間の位相：
   点列の収束, 開・閉集合, コンパクト集合とその上の連続関数の性質
2. 多変数関数の微分：
   全微分, 偏微分, k 回連続可微分関数
3. 平均値定理とテイラーの定理及びその極値問題の応用
4. 陰関数定理, 逆関数定理とラグランジュの未定乗数法
5. 多変数関数の積分：
   有界閉区域上の積分の定義とその性質, 連続関数の可積分性, 一般集合上の積分, 積分変数の変換 (証明は省く)
6. 広義積分の定義と広義積分の収束判定法

基礎数学演習 D (微分積分学の続きの演習) (3 年 1 学期)

基礎数学 D の演習を行う.

コンピュータ (2 年 2 学期)

授業の目標 ：高級言語を利用した計算機プログラムの基本と数式を含む文書処理を, 実習を中心に扱う. プログラム実習に当っては必要な概念を理解し, いかなる言語を扱う立場になっても円滑なプログラミングをできる技術の習得を目指す. 数式を含む文書処理においては, 困難なく基本的なレポート等を作成する技術を習得し, 数式の組版に必要な背景技術を理解することを目標とする.

授業計画 ：以下の内容について実習と講義を行う.

1. コンピュータアーキテクチャの初歩
2. 高級言語の紹介
3. 数値計算の初歩
4. 数式, 図を含む文書処理の初歩

専門基礎科目

代数学基礎 (代数系の基礎)(3 年 1 学期)

授業の目標 ：群, 環の準同型定理を中心として群, 環, 体に関する基本事項を学ぶ.

授業計画 ：以下の内容を適宜組み合わせて講義する (この順番ではない)

一般的事項として：

1. 同値関係と剰余空間
2. 直積

群論の基礎として：

1. 群, 部分群, 正規部分群, 剰余群
2. 群の準同型写像と同型写像, 準同型定理
3. 元の位数, 群の位数, 部分群の指数, フェルマ・オイラー・ラグランジュの定理
4. 群の例として：
   巡回群（有限, 無限）, 対称群, 交代群, 一般線形群, 特殊線形群, 直交群, ユニタリ群, 環の単数群

環論の基礎として：(主として可換環を扱う)

1. 環, 部分環, イデアル, 剰余環
2. 環の準同型写像と同型写像, 準同型定理
3. 素イデアル, 極大イデアルと整域, 体
4. 環の例として：
   有理整数環, 体上の 1 変数多項式環 (ユークリッドの互除法, アイゼンシュタインの既約判定法), 行列環

体論の基礎として：

1. 体と標数, 素体
2. 有限次拡大と拡大次数
3. 代数拡大の例 (2 次拡大, 円分体 (1 の素数分点の体のみ), n 乗根の体)
4. 超越拡大の例 (有理関数体)

代数学基礎演習 (代数系の基礎の演習)(3 年 1 学期)

代数学基礎の演習を行う.

幾何学基礎 (講究付き) (曲線と曲面の幾何学)(3 年 1 学期)

授業の目標：曲線や曲面の微分幾何・位相幾何的な取り扱いに慣れ, 多様体をはじめとする現代幾何学の諸概念を自然に受け容れられるようになること. 具体的には, 微分幾何からは曲率・測地線, 位相幾何からは商空間・閉曲面の構成と分類, 両方に関連した話題としてガウス・ボンネの定理を学ぶ.

授業計画：

1. フレネ・セレーの公式
2. 第 2 基本形式
3. ガウス曲率
4. 測地線
5. 商位相
6. 閉曲面の構成と分類 (紹介)
7. 曲面の三角形分割とオイラー数
8. ガウス・ボンネの定理
9. (時間が許せば「多様体としての曲面」に触れる.)

解析学基礎 A (複素関数論入門)(3 年 1 学期)

授業の目標：複素関数の微分積分の初歩を学ぶ. コーシーの積分定理・積分公式やテイラー展開など, 複素関数の微分可能性から導かれる正則関数の基本的諸定理や性質を理解することを目標に授業を展開する. また, これらの定理が数学から物理学・工学にいたる広範な領域において基礎的な知識となっていることにも留意し, 留数定理の応用として, 基本的な定積分の求め方を紹介する.

到達目標：正則関数の基本的諸定理や性質を理解すること. また, 留数を用いて簡単な定積分の計算ができるようになること.

授業計画 ：

1. 初等関数：指数関数, 対数関数など
2. 正則関数の基本的性質：コーシー・リーマンの方程式, 調和関数
3. 複素線積分とコーシーの積分定理, コーシーの積分公式
4. テイラー展開
5. 留数定理と定積分への応用

備考 ：基礎数学 C を受講しておくことが望ましい.

解析学基礎演習 A (複素関数論の演習)(3 年 1 学期)

解析学基礎 A の演習を行う.

解析学基礎 B (ルベーグ積分論)(3 年 2 学期)

授業の目標 ：リーマン和の極限として得られるリーマン積分は, 具体的な関数の積分を計算する上では便利であった. しかし, リーマン積分可能な有界な関数列の極限として得られる関数は, リーマン積分可能には必ずしもならない. 極限操作を多用する解析学では使い勝手がわるい. そこで極限操作について閉じているような積分概念がルベーグにより導入された. ここでは, ユークリッド空間上での関数のルベーグ積分についての基本的性質の習熟を目指す.

到達目標 ：

1. ルベーグ測度零集合の概念の習得, カントル集合の理解
2. 積分と極限操作の交換に関する定理の理解とその応用
3. 重積分についてのフビニの定理の理解と応用

授業計画 ：

1. 外測度, 可測関数
2. ルベーグ測度零集合
3. 収束定理：単調収束定理, ファトゥーの補題, ルベーグの優収束定理とその応用
4. フビニの定理とその応用
5. リーマン積分とルベーグ積分との関係

備考 ：可測関数, 測度に関するより深い性質については, 解析学 C で解説する. 余裕があれば, ワイエルシュトラスの多項式近似にもふれる.

解析学基礎演習 B (ルベーグ積分論の演習)(3 年 2 学期)

解析学基礎 B の演習を行う.

数理科学基礎 (現象の数理)(3 年 1 学期)

授業の目標 : 現象を記述する数理モデルの基礎やその解法などについて講義する.

到達目標 :

1. 現象の数理モデルの導出を理解する.
2. 数理モデルの数学的や数値的な扱いを学ぶ.
3. 現代数学の中における数理モデルの例についての知識を得る.

授業計画 :

現象とその数理についてまず基礎的な

0. 数理モデルの基礎

を講義する. さらに進んで以下の内容から選んで講義する.

1. 物理・化学系のモデル
2. 生命系のモデル
3. 社会・経済・金融のモデル

専門科目

代数系科目

代数学 A (環論)(3 年 2 学期)

授業の目標 ： 代数学基礎に引き続き, 環と加群の基礎を扱う. 環とその上の加群についての基礎的概念をさまざまな例をとおして習得する. 種々の数学的対象が, 共通する本質を抽出することにより, 汎用性のある強力な理論に昇華する代数学の基本理念を理解することも重要な目標のひとつである.

到達目標 ： 環と加群の基礎概念・基礎理論を身につける. 同時に学んだ理論を正しく適用することにより, 種々の具体例を的確に扱うことができる能力を養う. この過程を経て基礎理論への理解を深める.

授業計画 ：

1. 基本的例：
   有理整数環, 代数的整数の環, 1 変数多項式環, 多変数多項式環, 行列環
2. 環と加群の操作：
   準同型定理, 環の直積, 加群の直和, 商環, 局所化, 局所環
3. 一意分解整域, 単項イデアル整域
4. 環上の加群, 完全系列
5. 単項イデアル整域上の有限生成加群：
   単因子, 構造定理

代数学演習 (代数学 A(環論) の演習)(3 年 2 学期)

代数学 A の演習を行う.

代数学 B (群論)(4 年 1 学期)

授業の目標 ： 代数学基礎に引き続き, 群論を扱う. 群に関する基本的な概念を解説する. また群のなかでも最も基本的な有限生成アーベル群の構造を解説する. また, 対称群や線形群などの例を通して多様な群の存在を理解し, 群を具体的に考察することを学ぶ. さらに, 群の構造とあわせて, 群の作用, 行列表示などの問題（表現論）についても解説する. これらを通して, 群がそれ自身を研究対象とするだけでなく, 数学の様々な分野のなかで基本的な考察手段として用いられていることを理解する.

到達目標 : 群に関する基本的な概念を理解する．構造の比較的簡単な群や基本的な群, 位数の小さい群について具体的な計算が実行できる．

授業計画 :

1. 群の例：
   巡回群, 対称群, 多面体群, 線形代数群
2. 有限生成アーベル群の構造定理
3. シローの定理, シロー部分群の計算
4. 群の作用と表現

代数学続論 (続・環論)(4年1学期)

授業の目的 : 代数学基礎と代数学 A(環論) に引き続き, 環と加群の理論を扱う

授業計画 : 次のトピックの中からいくつかを選んで行う

1. テンソル積と Hom
2. 環と加群のネーター性
3. 単純環

代数学 C (体論 (ガロア理論))(3～4年2学期)

授業の目標 : ガロア理論の基礎を学ぶ.

到達目標 :

1. ガロアの基本定理を理解する.
2. ガロア群が計算できるようになる.
3. 有限体の性質を理解する.

授業計画 :

1. ガロア拡大：代数拡大, ガロア拡大とガロア群
2. 基本定理：ガロア理論の基本定理, ガロア群の計算
3. 有限体：有限体の性質, 有限体の構成
4. ガロア理論の応用：方程式のべき根による解法

幾何系科目

幾何学 A (多様体)(3 年 2 学期)

授業の目標 ：現代幾何学における基本的な空間概念である多様体について理解し, 多様体上における微分積分学の基本を習得する.

到達目標 ： 可微分多様体の定義, 具体例, 多様体上の可微分関数および写像とその微分, 接ベクトル, 接ベクトル空間, ベクトル場, 余接ベクトル, 余接ベクトル空間, 微分形式, などに関する事柄の習得. これらの概念の理解と具体例における実際の運用を体得する.

授業計画 ：

1. 可微分多様体の定義
2. 陰関数定理
3. 多様体上の関数および写像とその微分
4. 接ベクトル, 接ベクトル空間, ベクトル場
5. 余接ベクトル, 余接ベクトル空間, 微分形式

備考 ：基礎数学 A, 基礎数学 B, 基礎数学 C, 基礎数学 D, 幾何学基礎（曲線と曲面の幾何学）をすべて履修していることが望ましい.

幾何学 B (ホモロジー)(3 年 2 学期)

授業の目標 ：ホモロジーは様々な図形 (位相空間) の位相的・大域的な性質を, アーベル群とそれらの間の準同型という代数的な構造で捉える道具である. この講義ではホモロジー論の習得とその幾何学的応用を目指す.

到達目標 ：

1. ホモロジーの概念・手法と幾何学的意味を正しく理解すること.
2. ホモロジー論を適用して, 具体的な空間のホモロジー群が計算できること.
3. ホモロジー群がいろいろな問題に応用されることを知ること.

授業計画 :

1. ホモロジーの定義
2. ホモトピー不変性
3. 空間対のホモロジー完全系列
4. 切除定理
5. マイヤー・ヴィエトリス完全系列
6. 球面のホモロジー
7. ホモロジーの応用

備考 : 幾何学基礎 (曲線と曲面の幾何学), 代数学基礎 (代数系の基礎) を履修していることが望ましい.

幾何学演習 (幾何の演習)(3 年 2 学期)

多様体とホモロジーの演習を行う.

幾何学 C (基本群と被覆空間)(4 年 1 学期)

授業の目標 :

基本群は, 様々な図形(位相空間)の位相的・大域的な性質を群論を応用して調べるために定義される. この講義では, 基本群の基本的な性質, ファン・カンペンの定理などを紹介し, 具体的な図形の基本群の計算法について説明する. また, 関連して被覆空間について講義する. さらに「幾何学基礎(曲線と曲面の幾何学)」で学んだこととの関連について述べる.

授業計画 :

1. ホモトピー
2. 基本群
3. 群の表示
4. ファンカンペンの定理
5. 閉曲面の基本群
6. 被覆空間の定義と例
7. 被覆空間の分類定理
8. オイラー数の乗法性
9. 基本群と 1 次元ホモロジー群の関係

備考 : 幾何学基礎 (曲線と曲面の幾何学), 代数学基礎 (代数系の基礎) を履修していることが望ましい.

幾何学続論 (多様体続論)(4 年 2 学期)

授業の目標 : 幾何学基礎, 幾何学 A, 幾何学 B, で扱う基本的な知識をある程度前提にして, より進んだ幾何学の内容をとり上げ学ぶ.

到達目標 : 現代幾何学に典型的な理論に触れることを通して, 幾何学的なものの考え方に慣れながら, 幾何学的方法にますます習熟すること.

授業計画 : 次の A, B のふたつのコースを隔年で行う. いずれも伝統的に重要な事項で, 以後の幾何学の発展の基になっているものである.

A : 多様体の向き (orientation), 微分形式の積分, ストークスの定理, ド・ラム コホモロジー, 特異コホモロジーとの同型　等

B : 横断正則性, 写像度, ベクトル場の指数, ポアンカレ・ホップの定理（ベクトル場とオイラー標数）等

備考 : 幾何学基礎 (曲線と曲面の幾何学), 幾何学 A(多様体), 幾何学 B(ホモロジー) をすべて履修していることが望ましい.

解析系科目

解析学 A (続・複素関数論)(3 年 2 学期)

授業の目標 : 解析学基礎 A(複素関数論入門) をすでに受講している事を仮定して, 複素関数論における基本的性質について学ぶ.

到達目標 : 正則関数, 有理型関数, 等角写像, 調和関数について基本的性質を理解する.

授業計画 :

1. 正則関数の基本的性質, 対数関数の多価性
2. 最大値原理, 鏡像の原理, 等角写像
3. ローラン展開と特異点の分類 (孤立特異点, 除きうる特異点, 極, 真性特異点)
4. 有理型関数

解析学 B (常微分方程式論)(3 年 2 学期)

授業の目標 : 自然現象の多くは微分方程式によって記述される. ニュートンが古典力学を体系化して以来物理学や工学だけでなく, 生物学や経済学などの多くの分野でも微分方程式は中心的な役割を演じる. 本講義では独立変数がひとつの微分方程式すなわち常微分方程式の基礎理論を紹介する.

到達目標 : 常微分方程式の局所解の存在定理の証明を通して, 関数列の収束の概念に対する理解を深める. 定数係数の線形方程式系の解法に習熟して行列の標準形, 固有値の重要性を認識する.

授業計画 :

1. 解の存在と一意性定理

   逐次近似法による解の構成法と局所解の一意性について述べる. また解の接続についてもふれる.
2. 線形方程式

   線形連立方程式の解全体のなす解空間の構造を調べ, 定数係数線形微分方程式系の一般解を求める.

備考 : 数学概論 (微分方程式入門) を受講していることが望ましい.

解析学 C (測度論 (一般論))(4 年 1 学期)

授業の目標：解析学基礎 B に引き続き面積体積の拡張概念である測度について, より一般の, またより深い性質を学ぶ.

到達目標：

1. シグマ加法族の理解
2. 可測関数についてのエゴロフの定理とルージンの定理の理解と応用
3. ラドン・ニコディムの定理の理解
4. 外測度からの測度の構成法の理解

授業計画：

1. シグマ加法族と測度
2. 外測度と拡張定理
3. エゴロフの定理
4. ルージンの定理
5. ラドン・ニコディムの定理, ルベーグ分解
6. 時間が許せばルベーグ・スティルティス積分についてもふれる. また, ヘルダーの不等式, ミンコフスキーの不等式にもふれ, p 乗可積分関数の空間がバナッハ空間であることなどにもふれる. またリース・マルコフ・角谷の定理にもふれる.

備考：収束定理や, フビニの定理は, 解析学基礎 B でも特殊な場合ではあるがふれているので, 既知とする.

解析学 D (関数解析入門)(4 年 1 学期)

授業の目標：関数解析学の入門的講義を行う. 最初にバナッハ空間の定義や例について説明した後, 関数解析学のなかでも基本的でかつ応用範囲の広いヒルベルト空間論を講義する. まずヒルベルト空間における諸概念の性質を説明し, 後半ではヒルベルト空間上の代表的な有界線形作用素を扱う.

到達目標：バナッハ空間, ヒルベルト空間の定義と例を理解する. またヒルベルト空間における有界線形作用素の基本的性質を学ぶ.

授業計画：

1. ノルム空間, バナッハ空間, ヒルベルト空間の定義と例
2. 正規直交基底, フーリエ級数
3. 直交補空間, 射影定理, リースの定理
4. 有界線形作用素 (エルミート作用素, 正規作用素, 射影作用素等)
5. (時間があれば) 完全連続作用素

備考：解析学基礎 B（ルベーグ積分論）を受講しておくことが望ましい.

解析学 E (力学系入門)(4 年 1 学期)

授業の目標：現象を記述する微分方程式は多くの場合には非線形になるが, 非線形の微分方程式については線形の場合のような一般論は存在しない. そのため取り扱いは個別的になる. 本講義では非線形の常微分方程式系を解析する基本的ないくつかの手法について学ぶ.

到達目標：非線形の常微分方程式系 (力学系) を解析する上での基礎的な諸概念（用語）と基本的な手法を理解し, 簡単な非線形常微分方程式系の解析が行えるようになることを目標とする.

授業計画：解析学 B に続き, 非線形の常微分方程式系 (力学系) の取り扱いについて入門的な講義を行う. 基礎的な諸概念 (流れ, ベクトル場, 離散力学系, 平衡点と周期軌道) について述べた後に, 次の項目から選んで講義する.

1. 保存量とハミルトン系
2. リヤプノフ関数と平衡点の安定性
3. 周期軌道とポアンカレ写像
4. 非線形微分方程式系の具体例
5. カオス的な力学系の例

備考：解析学 B(常微分方程式論) および数理科学基礎 (現象の数理) を履修していることが望ましい.

解析学Ｆ（確率論）（３～４年２学期）

授業の目標：

確率の基本的な概念と方法を，例を用いた具体的な計算と測度論に基づく定義・議論の両方を通して学ぶ．定理の証明よりも，それらの確率・統計的な意味と使い方に重点をおく．

到達目標：

確率モデルや統計的方法は，金融，保険数理，ＩＴ，経済学，物理，工学，医学，薬学，農学などの分野で用いられる．そこで必要となる確率論の基本的な概念と方法に習熟することを目標とする．

授業計画：

1．基礎概念
確率空間，確率測度の性質，σ-加法族の生成

2．確率変数
確率変数，確率分布，離散確率変数，期待値，分散，
ポアソン分布，密度関数，正規分布，中心極限定理，
チェビシェフの不等式，同時密度関数，共分散

3．独立性 (1)
σ-加法族の独立性，確率変数の独立性

4．期待値
積分の定義，基本的性質

5．独立性 (2)
特性関数と独立性，分布と独立性

6．条件付期待値
条件付期待値と基本的性質

解析学Ｇ (フーリエ解析)(４年２学期)

授業の目標：p 乗可積分関数空間や急減少関数空間等の様々な関数空間とその例を学習する．また, それらの空間に於いて, フーリエ変換の理論と具体的な計算法を理解する．

到達目標：p 乗可積分関数空間や急減少関数空間の扱いに習熟する．また, 与えられた関数のフーリエ変換像が計算出来るようにする．

授業計画：

1. 無限回微分可能関数空間, 急減少関数空間
2. p 乗可積分関数空間の理論 (ヘルダーの不等式, 合成積等)
3. フーリエ変換の理論
4. (時間があれば) フーリエ変換の応用, ソボレフ空間等

備考：解析学基礎 B(ルベーグ積分論) を履修している事が望ましい．

数理系科目

数理科学A (数値解析・数値計算)(3年2学期)

授業の目標：数値解析と数値計算の数学的基礎とその応用について解説する. 単に数学の理論のみならず, その数値解析方法の計算機への実装・応用能力も重視する.

到達目標：

1. 数学の計算を計算機の上で実行するための能力 (アルゴリズムや丸め誤差への理解) を身につける.
2. 計算機で科学技術計算を実行するために必要な数学理論 (数値解析手法) を理解する.
3. 科学技術プログラミング技法を身につける.

授業計画：

1. 線形方程式の数値解法 (直接法・反復法・共役勾配法)
2. 非線形方程式の数値解法 (ニュートン法)
3. 常微分方程式の数値解法 (初期値問題・境界値問題・数値積分)
4. 関数近似 (最小二乗近似, 直交関数近似)
5. 数値積分 (台形則, ガウス選点公式, DE 公式)
6. 確率・統計の数値計算 (確率分布, モンテカルロ法)　などから選んで講義する

備考：基礎数学科目の「コンピュータ」を履修していることが望ましい.

数理科学演習 (数値解析・数値計算の演習)(3年2学期)

授業の目標：数値解析・数値計算で学んだ理論に基づいて実際にプログラム作成する能力を養うとともに, それに加えて講義ではふれないが実践的なプログラミング上の必須事項「データ構造とアルゴリズム」についても学ぶ.

備考：基礎数学科目の「コンピュータ」を履修をしていることが望ましい.

数理科学B (非線形数学1. 講究付き. 4年1学期)

授業の目標：非線形現象の解析に必要な数学的基礎および数値シミュレーション手法について講義する.

到達目標：

1. 分岐理論など非線形現象の解析手法について理解している
2. 非線形現象のいくつかの具体例を通してそのシミュレーションと数理解析についての手法に習熟する

授業計画：以下の内容から選んで講義する

1. 分岐理論の初歩 (漸近展開などにも触れる)
2. 微分方程式の数理とシミュレーション
3. カオス力学系の数理とシミュレーション
4. 結合系の数理の数値シミュレーション

備考：解析学 E(力学系入門), コンピュータ, 数理科学 A(数値解析・数値計算) の履修が望ましい.

数理解析学続論 (非線形数学 2)(4 年 2 学期)

授業の目標：数理科学における様々な話題について習熟する.

授業計画：離散数学や力学系などの話題から選んで講義する.

年によっては，上記以外に

代数学続論（副題付き）
幾何学続論（副題付き）
数理解析学（副題付き）　　が開講されることもある.

数学講読 (選択)(主に 3 年)

半期のセミナーである．テキストを決め，輪講形式により演習を行う．数学の本を読み込み, それを説明するトレーニングをする．

卒業研究 (必修)(4 年 1 学期 2 学期)

通年の必修セミナーである．テキストを決め，輪講形式により演習を行う．数学の本を読み込み, それを説明するトレーニングをする．卒業論文を書くことは義務づけられていないが, 卒業研究発表会 (仮称) において一年間の成果を発表することが望ましい．