理数応援ニューフロンティア・プロジェクト 2009 年度成果報告会
(2010 年 2 月 20 日 – 21 日　大滝セミナーハウス)

発表会２ – 数学コース – アブストラクト

１年生解析グループ　解析入門 (小平邦彦)

私達のグループは,『解析入門』（小平邦彦著）を用いてセミナーを行った．まず，実数をデデキントの切断によって厳密に定義し，次に初等関数を定めた．そして，微積分の厳密な議論を行った．そのなかで重要な定理である平均値の定理や Taylor の公式などを学んだ．今回の発表では，三角関数の解析的定義について発表する．その定義とは，複素平面上の回転を考えることにより，その結果オイラーの公式そのものが定義となるものである．

２年生代数グループ　代数入門 (堀田良之)

代数系の基礎からスタートし、群・環・体などの基本的な代数系の定義とそれらに共通する基礎定理である準同型定理を学習する。このためには群においては部分群・正規部分群・剰余群、環においてはイデアル・剰余環といった概念を必要とした。その後、特別な性質をもつ環として、整域・単項イデアル環（整域）・ユークリッド整域・一意分解整域・ネター環といった概念に触れる。本発表では、環論上の中国式剰余定理を、誰にでも馴染みの深い有理整数環 $\mathbb{Z}$ を具体例として紹介する。

２年生幾何グループ　多様体の基礎 (松本幸夫)

昨年度、曲線や曲面について微分して得られる情報、その中で特にガウス・ボンネの定理を目標に学びました。その時は自然にいつも使っている 2 次元や 3 次元の直交座標系を用いて調べていましたが、他の座標系や 4 次元以上の対象ではどうでしょうか？つまり座標が入っていないものにまず座標を入れるというところから考え始め、その操作を加えることで今まで微分して得た情報などをどのように導き出していくのかを学ぶ。そして座標の入れ方によらない不変量や多様体からみたガウス・ボンネの定理など、多様体論を学んだ後にさらに曲面論を議論したい。今回はその多様体とはどのようなものであるか、その導入を紹介したいと思います。

２年生解析グループ　複素解析学 (佐藤宏樹)

私たちの班は前学期から学習している微分方程式について更なる理解を深めるため「微分方程式の解の一意性」と微分方程式を代数方程式に変えて解くことのできる「ラプラス変換」について学習しました。ラプラス変換には逆ラプラス変換という逆変換が存在します。私たちはその逆変換についても興味を持ったので、必要な知識として複素関数論を学習することにしました。現在は、複素平面、複素数列の極限、簡単な微分積分まで終えたところです。今回、発表するのは「微分方程式の解の存在性と一意性の証明」です。初めに微分方程式と同値である積分方程式を用いて解の存在性を示し、そのあと、二つの解が存在すると仮定したとき、それらの解が互いに等しくなることを示して解の一意性を示します。

３年生幾何グループ Differential Forms in Algebraic Topology (R.Bott & L.W.Tu)

このゼミは去年の７月から始まり現在でも行っている。これまで行った内容は以下のとおりである。

多変数の解析学 (M.Spivak)　2008 年７月〜2009 年７月

ゼミを始めた時に読んだ最初の本。開集合、コンパクトといった位相の定義から始まり、多変数での微積分、多様体で使われるベクトル場と微分形式を紹介する。そして本書のメインとなるのが、これまでの内容をすべて使い、多様体から Stokes の定理へと突き進む過程である。

多様体入門 (松島与三)　2009 年７月〜2009 年 11 月

多変数の解析学における多様体の理解を深めるために読んだ。この本は多様体の定義から始まり、そこらか多様体の性質を学ぶ。n 次元球面、射影空間などの多様体の例が豊富である。

代数トポロジーの微分形式 (Raoul Bott　Loring W. Tu)　2009 年 11 月〜

現在読んでいる本。第１章で多様体とコホモロジー論が出てくるかなり内容の濃い本である。これまでに n 次元空間の de Rham コホモロジーから始まり、コホモロジーの Mayer–Vietoris 系列、コホモロジーの観点からの Poincare の補題を読んでいる。