

## 数学コース アブストラクト

### 曲線・曲面と超曲面の微分幾何的考察

今回の教科書「曲線と曲面-微分幾何的アプローチ-」では、初めに曲線の微分幾何が論じられ、次いで曲面の微分幾何が論じられる。発表の前半部分では曲線や曲面の曲率などを定義し、面白い性質を持つ曲線や曲面の具体例を提示する。その後私は「曲面論は直接的に  $\mathbb{R}^{n+1}$  の  $n$  次元超曲面に一般化されるはずだ」と考え、その観点で曲面論および平面曲線論を整理してみた。これらは外部にユークリッド空間が必要であり「外在的」あるいは「古典的」な理論である。一般的なコースは曲面論の後いきなり「リーマン幾何」などの内在的微分幾何に進むのだが、こちらは抽象的であり一見ただけでは分かりにくい。ここで古典的微分幾何とリーマン幾何との対応関係を意識するのは効果的だが、一般にリーマン幾何は  $n$  次元リーマン多様体を扱うので、曲面論をまず  $n$  次元に一般化しておくとし、リーマン幾何との対応関係がより明確になる。発表の終盤はこの話である。

### シローの定理について

私たちのグループは、代数概論（森田康夫著、裳華房）を用いてセミナーを行った。まず、行列に関する簡単な復習、基本的な事項の定義とその例、基本的な性質（例えば、準同形定理など）を勉強した。その後、群論の勉強に入り、それを一通り終えた。群論の勉強におけるハイライトとしては、“Sylow の定理”や“有限 abelian 群の基本定理”や“Schreier の細分定理”などが挙げられる。そこで今回の発表では、有限群の構造定理の中で非常に強力な定理の中の一つである Sylow の定理を紹介する。これは、有限群の位数がその構造に影響を与えていることを示している。

### フェルマーの小定理の紹介

私たちのグループは『整数論』（斎藤秀司著、共立出版）をテキストとしてセミナーを行っている。まず群、環、体と剰余群、剰余環に関する基本事項について学び、その後ガウス（Gauss）によって証明された平方剰余の相互法則を頂点とする初等整数論を学習した。続いて体の 2 次拡大、4 元数環を定義し、その性質を調べた。その後、有理整数環を部分環とする  $p$  進整数環を定義、 $p$  進整数環を部分環、有理数体を部分体とする  $p$  進数体を定義し、現在はこれらに関する定理を学んでいる。今回の発表では、初等整数論の中の定理の 1 つであるフェルマー（Fermat）の小定理を紹介する。これは、「 $a$  を整数、 $p$  を素数、 $a$  と  $p$  の最大公約数が 1 であるとする。このとき、 $a^{p-1}$  を  $p$  で割ると余りが 1 となる」という定理である。この定理はオイラー（Euler）の定理の系として与えられる。

## ポワソン方程式について

私たちのグループは、中村周著「フーリエ解析」を使ってゼミをしました。フーリエ級数展開とその性質と応用、そして、1変数や多変数のフーリエ変換、更に、超関数について勉強しました。フーリエ級数展開に関しては、一様収束や平均収束、関数の空間の内積と直交関数系を学びました。また、フーリエ級数の微分や、偏微分方程式への応用として、熱方程式やディリクレ問題を解き、積のフーリエ級数展開とたたみこみの公式を証明しました。1変数のフーリエ変換については、反転公式やプランシェレルの定理、リーマン・ルベグの定理を証明し、フーリエ変換の平行移動や微分、たたみこみについて勉強しました。応用として、 $\mathbb{R}$ 上の熱方程式、半平面のディリクレ問題、波動方程式を解きました。多変数のフーリエ変換については、多重指数を使って、1変数のフーリエ変換の性質と多変数のフーリエ変換の性質がほぼ同じであることを確かめました。また、量子力学の定式化への応用を学習し、フーリエ変数 $\xi$ は運動量であるなどのフーリエ変換との関係性について学びました。超関数については、その定義と性質、収束について学習しました。今回は、フーリエ変換を使って、電磁気学でよく使われる「ポアソン方程式」について発表しようと思います。

## ローレンツ変換とその物理的帰結

1880年代に行われたマイケルソン・モーレーの実験から光の速さは進行方向に依存しないことが確かめられ、これまでの理論と矛盾した結果が得られた。そこで1895年、ローレンツが運動している物体は縮んでしまうというフィツジェラルド収縮という解釈を発表し、そこから更に2つの慣性系を結びつける線形変換であるローレンツ変換を考えた。そして1905年に、アインシュタインはローレンツらの理論をより洗練した形として特殊相対性理論を発表した。今回の発表では光速不変の法則、相対性原理などの簡単な仮定から実際にローレンツ変換を導出することを目標とする。さらに、そこから導くことのできるフィツジェラルド収縮や運動による時間の遅れの現象などについても説明したい。

## ホモロジーとドラムコホモロジーから見る空間の穴

$\mathbb{R}^2$ から原点中心の円板をくり抜くとそこには”穴”ができる。この”穴”のあいた空間のホモロジー・ドラムコホモロジーを調べることで、両者の関係や代数と幾何とが絡み合う様子を見てみたい。余裕があれば、オイラー数や写像度などとホモロジー・ドラムコホモロジーがどのような関係式を持っているかについて触れる。微分積分の基本とGreenの定理程度を知っていれば十分に話は分かると思われるので楽な姿勢で聴いていただきたい。