

プロ p 岩堀・Hecke 環の法 p 表現について

阿部 紀行 *

1 はじめに

G を群, H をその部分群とする. 両側 H 不変な G 上の関数全体で, その台が両側 H 作用を法として有限なもの全体には, 畳み込みにより積が定まり, 環となる. これを Hecke 環といい, その表現論は G の表現論の一部を反映する. 特別な G と H の場合には名前がついており, 例えば G が有限体上の簡約群の有限体有利点全体で, H がその Borel 部分群の有利点全体の場合には岩堀・Hecke 環と呼ばれ, Weyl 群の q 変形としての生成元と関係式が知られている. これのアフィン化がアフィン Hecke 環であり, 群としては p 進群 G と, その岩堀部分群に対応する. やはりアフィン Weyl 群の q 変形としての生成元と関係式が知られている.

G として p 進群, H としてプロ p 岩堀部分群と呼ばれる部分群を取った時に得られる Hecke 環が, 表題にあるプロ p 岩堀・Hecke 環である. 岩堀部分群とは, 法 p 還元写像による Borel 部分群の引き戻しであったが, プロ p 岩堀部分群とは, Borel 部分群の冪単根基の引き戻しであり, したがって得られた環はアフィン Hecke 環よりも少し大きい. しかし, その構造はアフィン Hecke 環の場合と酷似しており, 多くの構造論 (Bernstein 基底など) はプロ p 岩堀・Hecke 環でも同様に通用することが知られている [Vig05].

さて, 近年プロ p 岩堀・Hecke 環の法 p 表現が (一部で) 興味を持たれている. その理由を説明するために, まずは Hecke 環と群の表現とのかかわりを思い出そう. 簡単のために, G は p 進群, H をコンパクト部分群とし, $\mathbb{C}$ に値をとる Hecke 環 $\mathcal{H}(G, H)_{\mathbb{C}}$ を考えよう. π を G の $\mathbb{C}$ 上のスムーズな表現としたとき, $\pi^H = \{v \in \pi \mid \pi(h)v = v \ (h \in H)\}$ には次のようにして Hecke 環上の右加群の構造が入るのであった.

$$v * f = \sum_{g \in G/H} f(g^{-1})gv \quad (v \in \pi^H, f \in \mathcal{H}(G, H)_{\mathbb{C}}).$$

これにより, スムーズ G 表現の圏から右 $\mathcal{H}(G, H)_{\mathbb{C}}$ 加群の圏への関手が得られる. この時, 次が知られている.

定理 1.1 この関手は, 同型類の間の全単射

$$\{\pi \mid \text{既約スムーズ } G \text{ 表現}, \pi^H \neq 0\} \xrightarrow{\sim} \{M \mid \text{既約 } \mathcal{H}(G, H)_{\mathbb{C}} \text{ 表現}\}$$

* 北海道大学 創成研究機構

を与える.

さて、次に p 進群 G の法 p 表現, つまり $\bar{\mathbb{F}}_p$ 上の表現を考えることにする. H としてプロ p 岩堀部分群をとる. この時, H はプロ p 群, つまり有限 p 群の射影極限である. このことから, 0 でない G の $\bar{\mathbb{F}}_p$ 上のスムーズ表現 π に対して, $\pi^H \neq 0$ であることが導かれる. よって, 定理 1.1 を念頭に置くと, 法 p 既約表現の分類がプロ p 岩堀・Hecke 環の既約表現に帰着されるのではないかと期待する.

残念ながら, 事態はそこまで簡単ではない. 定理 1.1 の証明には H の表現の完全可約性の本質的であり, したがってその証明は法 p 表現に対しては機能しない. 実際, Ollivier [Oll09] によれば, 定理 1.1 は法 p 表現に対しては成立しない.

しかし, 考える表現を制限すれば, プロ p 岩堀・Hecke 環の表現が法 p 表現を反映することがあることがわかってきた. 未定義語を用いて, 主定理を述べる. なお, 必要な定義はあとで述べる. F を p 進体, G を F 上の連結な分裂型簡約群, $\bar{I}_1$ をプロ p 岩堀部分群, $\mathcal{H}$ を $(G, \bar{I}_1)$ に付随する, $\bar{\mathbb{F}}_p$ に値をとる Hecke 環とする. π を G の法 p 表現とすれば, $\pi^{\bar{I}_1}$ は $\mathcal{H}$ 加群となる. B を Borel 部分群とする.

定理 1.2 $\pi \mapsto \pi^{\bar{I}_1}$ は次の集合の間の全単射を与える.

- 既約表現 π であって, B のある指標からの誘導表現の部分商であるものの同型類全体.
- 有限次元既約 $\mathcal{H}$ 加群であって, Bernstein 代数の正則な指標を含むものの同型類全体.

つまり, 定理 1.1 のような既約表現の対応はないものの, その一部が対応するのである. なお, 前者の集合はすでに [Abe11] により分類されている.

2 プロ p 岩堀・Hecke 環

F を p 進体, $\mathcal{O}$ をその整数環, κ を剰余環とし, G を F 上の連結な簡約群であるとし, 分裂型であると仮定する. この時, G は $\mathcal{O}$ 上のスムーズ, 簡約な群スキームとして実現されることが知られている. そのような群スキームを同じ記号 G で書く. $G(\mathcal{O})$ は $G = G(F)$ の極大コンパクト部分群である. G の Borel 部分群 B と, その極大トーラス T を固定すると, ルート系 $(X^* = X^*(T), \Phi, X_* = X_*(T), \check{\Phi})$ とその正ルート系 Φ^+ , 単純ルート全体 Δ が得られる. U を B の冪単根基, また $\bar{U} \subset \bar{B}$ をその反対の位置にある対とし, プロ p 岩堀部分群 $\bar{I}_1$ を $\bar{U}(\kappa)$ の自然な写像 $G(\mathcal{O}) \rightarrow G(\kappa)$ による逆像として定義する. $\mathcal{H}_{\mathbb{Z}} = \mathcal{H}(G, \bar{I}_1)_{\mathbb{Z}}$ を $\mathbb{Z}$ に値をとるプロ p 岩堀・Hecke 環とする.

$\mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$ は次のような生成元と関係式が知られている. $W_1 = N_G(T)/(T \cap \bar{I}_1)$ とおく. この時, $\bar{I}_1 \backslash G / \bar{I}_1 \simeq W_1$ である. 拡大アフィン Weyl 群 $\widetilde{W} = N_G(T)/(T \cap G(\mathcal{O}))$ を考えると, 自然な全射 $W_1 \rightarrow \widetilde{W}$ があるが, これは一般には分裂しない. そこで, 集合としての切断 $w \mapsto n_w, \widetilde{W} \rightarrow W_1$ であって, $\ell(w_1 w_2) = \ell(w_1) + \ell(w_2)$ ならば $n_{w_1 w_2} = n_{w_1} n_{w_2}$ となるものを一つとっておく (ℓ は長さ関数). さらに, 単純鏡映 s に対しては, n_s はよい場所からとっておく [Vig05]. この時, $\mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$

は基底 $\{T_w\}_{w \in W_1}$ を持ち、次の関係式により定義される [Vig05, Theorem 1]. $\widetilde{W}$ 上の長さ関数 ℓ を $W_1 \rightarrow \widetilde{W}$ により W_1 上に拡張しておく.

- $T_{w_1}T_{w_2} = T_{w_1w_2}$ ($\ell(w_1w_2) = \ell(w_1) + \ell(w_2)$).
- $T_{n_s}^2 = T_{n_s^2} + T_{n_s} \left(\sum_{t \in \kappa^\times} T_{\tilde{\alpha}(t)} \right)$. (s は $\widetilde{W}$ における単純鏡映, その W への象に対するルートを α と書いた.)

少し補足をしておく. $T(\mathcal{O}) = T \cap G(\mathcal{O})$ の W_1 における像は, $W_1 \rightarrow \widetilde{W}$ の核に一致する. 特に, 任意の元の長さは 0 である. したがって, $t \in T(\mathcal{O})$ に対しては $T_t^{-1} = T_{t^{-1}}$ が成り立つ. またこれらの値を 1 にするとことは W_1 を $\widetilde{W}$ にすることに対応しており, したがって得られる環は通常のアフィン Hecke 環になるはずである. 実際, 二つ目の関係式において $T_{\tilde{\alpha}(t)} \mapsto 1$ とすると, アフィン Hecke 環のよく知られた関係式が得られる.

アフィン Hecke 環における Bernstein 基底の類似がこの場合も存在する [Vig05]. $\mathcal{H}_{\mathbb{Z}}[q^{-1/2}] = \mathcal{H}_{\mathbb{Z}} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}[q^{-1/2}]$ とし, $X_1 = T/(T \cap \bar{I}_1)$ とおく. $x \in X_1$ が支配的であるとは, x の $X_1 \rightarrow T/T(\mathcal{O}) \simeq X_*$ による像が支配的であることである. (ただし, $X_* \simeq T/T(\mathcal{O})$ は $\lambda \mapsto \lambda(\varpi)$ で与えられる.) x が反支配的であることも同様に定義する. $x \in X_1$ に対して $\theta_x \in \mathcal{H}_{\mathbb{Z}}[q^{-1/2}]$ を, x が反支配的ならば $\theta_x = q^{-\ell(x)/2}T_x$, 一般には $\theta_{x_1x_2^{-1}} = \theta_{x_1}\theta_{x_2}^{-1}$ を満たすようにとる. この性質により θ_x は一意的に定まる. これ自身は $\mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$ には入らない (分母に q の冪が現れる) ため, 新しい元 E_x を $E_x = q^{\ell(x)/2}\theta_x$ と定める. より一般に $x \in X_1$, $w \in W$ に対して, $E_{xn_w} = q^{\ell(xn_w)/2}q^{-\ell(n_w)/2}\theta_xT_{n_w}$ とおく. $(x, w) \mapsto xn_w$ により与えられる $X_1 \times W \rightarrow W_1$ は全単射なので, 任意の元 $w \in W_1$ に対して E_w が定まったことになる.

定理 2.1 (Vigneras [Vig05, Theorem 2]) $w \in W_1$ に対して $E_w \in \mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$ であり, $\{E_w\}_{w \in W_1}$ は $\mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$ の $\mathbb{Z}$ 基底を与える.

また, いわゆる Bernstein 関係式も成り立つ. これは以下のように θ_x に関する関係式であるが, E_x に関する関係式を求めるには, 適当な q の冪をかければよい.

定理 2.2 $x \in X_*$ に対して, Bernstein 関係式

$$T_{n_s}\theta_x - \theta_{s(x)}T_{n_s} = \frac{\theta_x - \theta_{s(x)}}{1 - \theta_{\tilde{\alpha}}} \sum_{t \in \kappa^\times} T_{\tilde{\alpha}(t)}$$

が成り立つ. ただし, $X_* \xrightarrow{x \mapsto x(\varpi)} T \rightarrow T/(T \cap \bar{I}_1) \subset W_1$ により $X_* \subset W_1$ とみなした.

3 標準表現

ここでの目的は, プロ p 岩堀・Hecke 環の法 p 表現, つまり $\bar{\mathbb{F}}_p$ 上の表現である. そこで, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\mathbb{Z}} \otimes \bar{\mathbb{F}}_p$ とおく. この基底は $\{E_w\}_{w \in W_1}$ で与えられる. (正確には $\{E_w \otimes 1\}$ であるが, 同じ記号を用いる.) $\mathcal{A} \subset \mathcal{H}_{\mathbb{Z}}$ を $\{E_x\}_{x \in X_1}$ を基底とする部分加群とする. これは積について閉じ

ており、可換な部分代数を与える。この部分代数を Bernstein 代数と呼ぶこととする。この部分代数は大きく、例えば $\mathcal{H}$ は $\mathcal{A}$ 上加群として有限生成となる。

このような大きな可換代数に対して、その指標からの誘導表現を考えることが有効である。 $\chi: \mathcal{A} \rightarrow \overline{\mathbb{F}}_p$ を $\mathcal{A}$ の指標とし、 $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ を考える。任意の有限次元既約 $\mathcal{H}$ 表現 M はある $\mathcal{A}$ の指標をふくむため、ある χ に対して全射 $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow M$ を持つ。したがって表現 $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ を理解すれば、既約表現の分類が可能となる。 $\mathcal{H}$ は $\mathcal{A}$ 加群として有限生成であるので、この表現は有限次元である。

まずはどのような χ があるか考察しよう。全射 $X_1 \rightarrow X_*$ を考え、 $x_1, x_2 \in X_1$ はその像が同じ (閉) Weyl の部屋にいるときに、同じ (閉) Weyl の部屋にいるということにする。定義から $E_{x_1}E_{x_2} = q^{(\ell(x_1)+\ell(x_2)-\ell(x_1x_2))/2}E_{x_1x_2}$ が成り立つが、もし x_1 と x_2 が違う閉 Weyl の部屋に属すれば $\ell(x_1) + \ell(x_2) - \ell(x_1x_2) > 0$ となる。したがって、 $\mathcal{H}$ においては $E_{x_1}E_{x_2} = 0$ である。このことから、ある x に対して $\chi(E_x) \neq 0$ ならば、 x と違う閉 Weyl の部屋に属する $y \in X_1$ に対して $\chi(E_y) = 0$ となる。つまり、 $\text{supp } \chi = \{x \in X_* \mid \text{ある } x \text{ のリフト } x_1 \text{ に対して } \chi(E_{x_1}) \neq 0\}$ はある閉 Weyl の部屋に含まれる。(なお、 $t \in \text{Ker}(X_1 \rightarrow X_*)$ ならば $E_{x_1t} = E_{x_1}E_t$ であり、 E_t が単元であることから、条件 $\chi(E_{x_1}) \neq 0$ はリフト x_1 の取り方によらない。) この議論をもう少し進めると次を得る。

補題 3.1 $\text{supp } \chi$ は facet の閉包。

または次のようにも言える。 $X_{*,-}$ を X_* の反支配的な元全体とする。このとき、ある $w \in W$ と $\Theta \subset \Delta$ が存在して、 $w(\text{supp } \chi) = \{x \in X_{*,-} \mid \langle \alpha, x \rangle = 0 \ (\alpha \in \Theta)\}$ 。さて、この補題をもとに $\mathcal{A}$ の指標が正則であることを次のように定義する。

定義 3.2 $\text{supp } \chi$ が閉 Weyl の部屋である時、 χ は正則であるという。

$\mathcal{H}$ の既約表現の分類のためには、標準表現 $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ の構造を調べればよい。標準的な手法に則り、絡作用素を構成することで標準表現の構造を調べる。

正則な指標 $\chi: \mathcal{A} \rightarrow \overline{\mathbb{F}}_p$ であって、 $\text{supp } \chi = X_{*,-}$ となるものを固定する。また、 $w \in W$ に対して、新しい指標 $w\chi$ を $(w\chi)(E_x) = \chi(E_{w^{-1}(x)})$ により定める。(ここで、 $v \in W$ に対して $v(x) = n_v x n_v^{-1}$ と定義した。) 任意の正則な指標はある w と χ によりこのようにあらわすことができる。 $s \in W$ を $sw < w$ ととり、絡作用素 $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ と $sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ を次のように構成する。 $\alpha \in \Delta$ に対して、 $\sigma_{s\alpha} = \sum_{t \in \kappa \times} T_{\tilde{\alpha}(t)}$ とおく。

命題 3.3 次が成り立つ。

- (1) $1 \otimes 1 \mapsto 1 \otimes (T_{n_s} - \sigma_s)$ は絡作用素 $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ を定める。
- (2) 正則な $y \in X_*$ で、 $w^{-1}(y)$ が反支配的なものを固定する。 $F \in \mathcal{A}$ を、 $-w^{-1}(\alpha)$ が単純であるならば $F = E_{y\tilde{\alpha}-1}$ 、そうでないならば $F = 0$ と定める。この時、 $1 \otimes 1 \mapsto 1 \otimes (E_{y n_s} + F\sigma_s)$ は絡作用素 $sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ を定める。

証明は Bernstein 関係式を用いて計算すればよい．やはり Bernstein 関係式を用いて，上で構成された絡作用素の合成が計算できる．結果は次の通り．

命題 3.4 命題 3.3 で定義された $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ と $sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ に対して，その合成は次のようになる．

- (1) 合成 $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ は $(w\chi)(E_y - F\sigma_s^2)$ 倍．
- (2) 合成 $sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ は $(w\chi)(E_y T_{n_s^2} - F\sigma_s^2)$ 倍．

これから，同型になる十分条件が導かれる．

系 3.5 次のいずれかが満たされれば， $sw\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ と $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ は同型である．

- (1) $-w^{-1}(\alpha)$ は単純ではない．（この時 $F = 0$ ．）
- (2) $\kappa^\times \ni t \mapsto (w\chi)(E_{\tilde{\alpha}(t)}) \in \overline{\mathbb{F}}_p^\times$ は非自明．（この時 $(w\chi)(\sigma_s) = 0$ ．）
- (3) $(w\chi)(E_y) \neq (w\chi)(E_{y\tilde{\alpha}})$ ．

一つ目の条件は次の補題を用いるとわかりやすい． $w \in W$ に対して， $\Delta_w = \{\alpha \in \Delta \mid w(\alpha) > 0\}$ とおく．また， $\Theta \subset \Delta$ に対して w_Θ を $\{s_\alpha \mid \alpha \in \Theta\}$ で生成される W の部分群の最長元， $w_0 = w_\Delta$ とする．

補題 3.6 ([Oll10, Lemma 5.17, Lemma 5.18]) $\Theta \subset \Delta$ を部分集合とする． $\Delta_w = \Theta$ ， $w \neq w_\Theta w_0$ となる $w \in W$ に対して，次が成り立つ．

- (1) $\ell(w) < \ell(w_\Theta w_0)$ ．
- (2) ある $\alpha \in \Delta$ が存在して， $s_\alpha w > w$ ， $\Delta_{s_\alpha w} = \Theta$ かつ $w^{-1}(\alpha)$ は単純ではない．

この補題と系 3.5 から，次を得る．

系 3.7 $w, w' \in W$ が $\Delta_w = \Delta_{w'}$ を満たすならば， $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \simeq w'\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ ．

4 分類定理

定理 1.2 は次の二つの命題から従う．

命題 4.1 $\chi: \mathcal{A} \rightarrow \overline{\mathbb{F}}_p$ を正則な指標とする． $w \in W$ に対して， $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \overline{\mathbb{F}}_p$ が定める Grothendieck 群の元は w によらない．

命題 4.2 π が主系列表現の既約部分商ならば， $\pi^{\bar{1}_1}$ は既約 $\mathcal{H}$ 加群．

命題 4.1 より， $\text{supp } \chi = X_{*, -}$ なる χ に対して $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ の既約部分商を調べればよい．この時，対応してある指標 $\chi_B: B \rightarrow \overline{\mathbb{F}}_p^\times$ が存在して， $\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \simeq (\text{Ind}_B^G \chi_B)^{\bar{1}_1}$ が成り立つ．右辺の既約部分商は [Abe11] により分類されており，各既約部分商 Δ に対して， $\Delta^{\bar{1}_1}$ は Große-Klönne [GK]

の計算を用いて計算することができる．特に $\sum_{\Delta: \text{Ind}_B^G \chi_B \text{ の既約部分商}} \dim \Delta^{\bar{I}_1} = \dim(\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H})$ が成り立つ．（なお，両辺は $\#W$ に等しい．）命題 4.2 から $\Delta^{\bar{I}_1}$ がすべて既約であるので，これらが既約部分商をすべて与えていることがわかる．

命題 4.1 は次の事実から従う． $\bar{\mathbb{F}}_p[X_1] = \bigoplus_{x \in X_1} \bar{\mathbb{F}}_p \tau_x$ を X_1 の群環（ $x \in X_1$ に対応する元を τ_x と書いた）とする． $\tilde{\chi}: \mathcal{A} \rightarrow \bar{\mathbb{F}}_p[X_1]$ を

$$\tilde{\chi}(E_x) = \begin{cases} \tau_x & (x \text{ は反支配的}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

と定義すると，これは環準同型になる．定義から， $w\tilde{\chi} \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ は $\bar{\mathbb{F}}_p[X_1]$ 加群である．

補題 4.3 $w\tilde{\chi} \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ は $\bar{\mathbb{F}}_p[X_1]$ 加群として自由である．

証明は省略するが，[Abe11] と同様の議論で得られる．この補題から，一般的な議論により（例えば [CG97, Lemma 2.3.4]）命題 4.1 は得られる．

最後に，命題 4.2 の証明を述べる．簡単のため， π が $\text{Ind}_B^G \mathbf{1}$ の既約部分商の場合を述べる．この時既約部分商は， B を含む各放物型部分群 P に対して

$$\text{Sp}_P = \text{Ind}_P^G \mathbf{1} / \left(\sum_{Q \supsetneq P} \text{Ind}_Q^G \mathbf{1} \right)$$

により定義されるスペシャル表現により尽くされる [Her11, Corollary 7.3]．よって， $\text{Sp}_P^{\bar{I}_1}$ が既約であることを示せばよい．この不変部分は Große-Klönne により計算がされており， $\mathcal{A}$ 加群として，

$$\text{Sp}_P^{\bar{I}_1} = \bigoplus_{\Delta_w = \Delta_P} w\chi$$

となる．ただし， $\chi: \mathcal{A} \rightarrow \bar{\mathbb{F}}_p$ は

$$\chi(E_x) = \begin{cases} 1 & (x \text{ が反支配的}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

により定義される指標であり， $\Delta_P \subset \Delta$ は P の Levi 部分群の単純ルート全体である．

$M \subset \text{Sp}^{\bar{I}_1}$ を 0 でない部分 $\mathcal{H}$ 加群とする．この時，さきの分解からある $w \in W$ で $\Delta_w = \Delta_P$ をみたすものが存在し， $\mathcal{A}$ 加群として $w\chi \subset M$ である．よって，非自明な準同型 $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow M$ が存在する．一方，命題 3.5 から， $w' \in W$ が $\Delta_{w'} = \Delta_w$ を満たす限り $w\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \simeq w'\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H}$ であるので，非自明な準同型 $w'\chi \otimes_{\mathcal{A}} \mathcal{H} \rightarrow M$ が存在する．したがって $\mathcal{A}$ 加群として $w'\chi \subset M$ であり， $\text{Sp}_P^{\bar{I}_1}$ の具体的な記述を用いれば $M = \text{Sp}_P^{\bar{I}_1}$ となる．

参考文献

[Abe11] N. Abe, *On a classification of irreducible admissible modulo p representations of a p -adic split reductive group*, to appear in Compositio Mathematica.

- [CG97] N. Chriss and V. Ginzburg, *Representation theory and complex geometry*, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1997.
- [GK] E. Große-Klönne, *On special representations of p -adic reductive groups*, preprint.
- [Her11] F. Herzig, *The classification of irreducible admissible mod p representations of a p -adic GL_n* , Invent. Math. **186** (2011), no. 2, 373–434.
- [Oll09] R. Ollivier, *Le foncteur des invariants sous l'action du pro- p -Iwahori de $\mathrm{GL}_2(F)$* , J. Reine Angew. Math. **635** (2009), 149–185.
- [Oll10] R. Ollivier, *Parabolic induction and Hecke modules in characteristic p for p -adic GL_n* , Algebra Number Theory **4** (2010), no. 6, 701–742.
- [Vig05] M.-F. Vignéras, *Pro- p -Iwahori Hecke ring and supersingular $\overline{\mathbf{F}}_p$ -representations*, Math. Ann. **331** (2005), no. 3, 523–556.