

楢円 Hecke 環と Modified Cherednik 環

竹林 忠吉

1 はじめに

G を複素半単純 Lie 環 $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$ に対する p -進体上の Chevalley 群、 G' を G の交換子群、 B を G の Borel 部分群とし、 $B' = B \cap G'$ とおく。このとき、 G' (resp. G) の B' (resp. B) に関する両側軌道分解は、 $G' = \bigcup_{\sigma \in \widetilde{W}'} B' w(\sigma) B'$, $G = \bigcup_{\sigma \in \widetilde{W}} B w(\sigma) B$ となり、これらはアフィン Hecke 環 $\mathcal{H}(G', B')$ (resp. 拡大アフィン Hecke 環 $\mathcal{H}(G, B)$) の構造を与える。ここで $\widetilde{W}'$ (resp. $\widetilde{W}$) は、アフィン (resp. 拡大アフィン) Weyl 群であり、 $\widetilde{W} \cong \widetilde{W}' \rtimes \Pi$, $\Pi \cong P^{\vee}/Q^{\vee}$ ($Q^{\vee}$ (resp. $P^{\vee}$) は、 $\mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$ の コルット (resp. コウエイト) 格子) と表せる。また、群 Π は、 $\mathcal{H}(G', B')$ 上に、自己同型群として作用し $\mathcal{H}(G, B) \cong \mathbb{Z}[\Pi] \otimes_{\mathbb{Z}} \mathcal{H}(G', B')$ が成立。近年、Cherednik は、二重アフィン Hecke 環 (double affine Hecke algebra [2]) を導入した。その生成元は、 T_i ($i = 1, \dots, l$), Y_{λ} ($\lambda \in P^{\vee}$), X_{μ} ($\mu \in P$), 中心元 $q^{\pm \frac{1}{m}}$, で与えられる。ここで、 Y_{λ} ($\lambda \in P^{\vee}$), T_i ($i = 1, \dots, l$) は、拡大アフィン Hecke 環の生成元であり、 $\{Y_{\lambda} (\lambda \in P^{\vee}), T_1, \dots, T_l\} \cong \{\Pi, T_0, \dots, T_l\}$ が成立。また、 $T_1, \dots, T_l, X_{\mu}$ ($\mu \in P$) は、ルート系 $R^{\vee}$ (ルート系 R の双対ルート系) に対する拡大アフィン Hecke 環の生成元である。別な定義として、二重アフィン Hecke 環 ([3]) は、上記の生成元において、 X_{μ} ($\mu \in P$), を X_{μ} ($\mu \in P^{\vee}$) に置き換えたものとしても定義される。この場合は、 $Q^{\vee} \subset P^{\vee}$ であり、前の場合は、格子の埋め込み $Q^{\vee} \hookrightarrow P$, を考えることにより、 T_i ($0 \leq i \leq l$), X_{β} ($\beta \in Q^{\vee}$), $q^{\pm 1}$ で生成される部分環を考えることができ、この環が、楢円 Hecke 環 ([10]) と同型であることが示される。 p -進体の拡張として、 K を 2 次元局所体とし、 $G(K)$ を群スキームとし、 $G(K)$ を Borel 部分群に関して両側軌道分解し、Hecke 環を記述することを考える。Kapranov [6] は、一つの答えとして、 $G(K)$ の中心拡大 Γ とその部分群 Δ_1 に対して、二重アフィン Hecke 環の部分環となる、modified Cherednik 環 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ を定義した。本稿では、 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ が楢円 Hecke 環と同型であること、すなわち、アフィン Hecke 環の場合と同様に、生成元と関係式で定義された楢円 Hecke 環 ([10]) が、2 次元局所体上の群の両側軌道分解から定義される Hecke 環と同型になることを示す。

2 二重アフィン Hecke 環 と 楢円 Hecke 環

R を type X ($X = A_l, B_l, \dots, G_2$), のルート系。 $Q^{\vee}$ (resp. $P^{\vee}$) を R の コルット (resp. コウエイト) 格子とする。 $\widetilde{R} := R \times \mathbb{Z}$ を type $X^{(1)}$ のアフィンルート系、 $\widehat{R} := R \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ を type $X^{(1,1)}$ の楢円ルート系とする。また、 W を R に対する Weyl 群とすると、type $X^{(1,1)}$ の楢円 Weyl 群と、拡大楢円 Weyl 群は、それぞれ 半直積 $W \ltimes (Q^{\vee} \times Q^{\vee})$, $W \ltimes (P^{\vee} \times P^{\vee})$,

で実現される。商群 $P^\vee/Q^\vee \cong \Pi$ は、アフィンルート系 $\tilde{R}$ の単純ルート系上に置換によって作用する。 $\mathbb{C}_{q,t}$ を独立変数 $q^{\frac{1}{m}}$, $\{t_j^{\frac{1}{2}} := t_{\alpha_j}^{\frac{1}{2}} \ (0 \leq j \leq l)\}$ の有理関数体とする。ここで、 $X = D_{2k}$, C_{2k+1} のとき、 $m = 2$, $X = C_{2k}$, B_l のとき、 $m = 1$, その他の場合、 $m = |\Pi|$ とする。 $\alpha_1, \dots, \alpha_l$ を R の単純ルート系の基底、 $\alpha_0 (= -\theta + \delta)$, $\alpha_1, \dots, \alpha_l$ を $\tilde{R}$ の単純ルート系の基底とする。

定義 2.1 (Cherednik [3])

二重アフィン Hecke 環 $\mathcal{H}$ は、 $\{T_j, 0 \leq j \leq l\}$, 互いに可換な元 $\{X_{\beta^\vee}, \beta^\vee \in P^\vee\}$ ($\beta^\vee := \frac{2\beta}{\langle \beta, \beta \rangle}$), 群 Π で生成される $\mathbb{C}_{q,t}$ 上の環であり、それらの関係式は、 $X_{\beta^\vee + k\delta} := X_{\beta^\vee} q^k$ ($\beta^\vee \in P^\vee, k \in \frac{1}{m}\mathbb{Z}$), とするとき次で与えられる。

- (0) $(T_j - t_j^{1/2})(T_j + t_j^{-1/2}) = 0, \quad 0 \leq j \leq l,$
- (i) $T_i T_j T_i \cdots = T_j T_i T_j \cdots$, 両辺は m_{ij} 個の積,
(もし α_i と α_j が $0, 1, 2, 3$ 本の辺で結ばれているなら、それぞれ $m_{ij} = 2, 3, 4, 6$),
- (ii) $\pi_r T_i \pi_r^{-1} = T_j$ if $\pi_r(\alpha_i) = \alpha_j$,
- (iii) $T_i X_{\beta^\vee} T_i = X_{\beta^\vee - \alpha_i^\vee}$ if $\langle \beta^\vee, \alpha_i \rangle = 1$, for $1 \leq i \leq l$,
- (iv) $T_0 X_{\beta^\vee} T_0 = X_{s_0(\beta^\vee)}$ if $\langle \beta^\vee, \theta \rangle = -1$,
- (v) $T_i X_{\beta^\vee} = X_{\beta^\vee} T_i$ if $\langle \beta^\vee, \alpha_i \rangle = 0$ for $0 \leq i \leq l$,
- (vi) $\pi_r X_{\beta^\vee} \pi_r^{-1} = X_{\pi_r(\beta^\vee)}.$

ここで、 $\alpha_0^\vee := -n_1 \alpha_1^\vee - \cdots - n_l \alpha_l^\vee + \delta$, に対して、 $X_{\alpha_0^\vee} := X_{\alpha_1^\vee}^{-n_1} \cdots X_{\alpha_l^\vee}^{-n_l} q$ とおく。

定義 2.2 $\mathbb{C}_t$ を変数 $t_j^{\frac{1}{2}} = t_{\alpha_j}^{\frac{1}{2}} \ (0 \leq j \leq l)$ の有理関数体とし、二重アフィン Hecke 環 $\mathcal{H}$ の部分環 $\mathcal{H}_{el}$ を次の生成元と関係式で定義する。

生成元: $T_\alpha \ (\alpha \in \{\alpha_0, \dots, \alpha_l\}), \ X_{\alpha^\vee} \ (\alpha^\vee \in Q^\vee), \ q^{\pm 1}$

関係式: $X_{\alpha^\vee} X_{\beta^\vee} = X_{\beta^\vee} X_{\alpha^\vee}$ for $\alpha^\vee, \beta^\vee \in Q^\vee$

$$\left\{ \begin{array}{ll} (0) & (T_\alpha - t_\alpha^{1/2})(T_\alpha + t_\alpha^{-1/2}) = 0, \\ (i) & T_\alpha T_\gamma T_\alpha \cdots = T_\gamma T_\alpha T_\gamma \cdots, \\ (ii) & T_\alpha X_{-\beta^\vee} T_\alpha = X_{-\beta^\vee - \alpha^\vee} \text{ if } \langle \beta^\vee, \alpha \rangle = -1, \\ & T_\alpha X_{-\beta^\vee} = X_{-\beta^\vee} T_\alpha \text{ if } \langle \beta^\vee, \alpha \rangle = 0. \end{array} \right.$$

注意 内積 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は、長ルート α に対して、 $\langle \alpha, \alpha \rangle = 2$ と正規化され、これより、すべてのルート系 R に対して、 $\langle \alpha_0, \alpha_0 \rangle = 2$ となる。

ここで、 $T_\alpha^* := T_{\alpha^*} := T_\alpha^{-1} X_{-\alpha^\vee}$, とおき、 a, b は、それぞれ、 $\{\alpha, \alpha^*\}, \{\beta, \beta^*\}$ のいずれかを表すとする。

命題 2.3 $\mathcal{H}_{el}$ は、次の生成元と関係式で記述される。(すなわち、 $\mathcal{H}_{el}$ は、楯円 Hecke 環 ([10]) と同型である。)

生成元： T_α, T_{α^*} for $\alpha \in \{\alpha_0, \dots, \alpha_l\}$,

関係式：

$$(I) \quad \bigcirc_\alpha \implies (T_\alpha - t_\alpha^{1/2})(T_\alpha + t_\alpha^{-1/2}) = 0, \quad (t_{\alpha^*} = t_\alpha)$$

$$\bigcirc_\alpha \quad \bigcirc_\beta \implies T_a T_b = T_b T_a,$$

$$\bigcirc_\alpha \text{---} \bigcirc_\beta \implies T_a T_b T_a = T_b T_a T_b, \quad T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\beta T_\beta^* T_\alpha, \quad T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^* = T_\alpha T_\alpha^* T_\beta, \\ T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\beta T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^*,$$

$$\bigcirc_\alpha \xrightarrow{2} \bigcirc_\beta \implies (T_a T_b)^2 = (T_b T_a)^2, \quad T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* T_\alpha = T_\beta T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^*, \quad T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^* = T_\alpha T_\alpha^* T_\beta, \\ T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\beta T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^*,$$

$$\bigcirc_\alpha \xrightarrow{3} \bigcirc_\beta \implies (T_a T_b)^3 = (T_b T_a)^3, \quad T_\alpha^* T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* T_\alpha, \quad T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^* = T_\alpha T_\alpha^* T_\beta, \\ T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\beta T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^*,$$

$$\bigcirc_\alpha \text{---} \bigcirc_\beta \implies T_\alpha T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* = T_\alpha^* T_\beta T_\beta^* T_\alpha = T_\beta T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^* = T_\beta^* T_\alpha T_\alpha^* T_\beta.$$

(II)

$$A_l^{(1,1)} (l \geq 1) \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* \cdots T_l T_l^* = q^{-1},$$

$$B_l^{(1,1)} (l \geq 3) \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* (T_2 T_2^* \cdots T_{l-1} T_{l-1}^*)^2 T_l T_l^* = q^{-1},$$

$$C_l^{(1,1)} (l \geq 2) \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* \cdots T_l T_l^* = q^{-1},$$

$$D_l^{(1,1)} (l \geq 4) \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* (T_2 T_2^* \cdots T_{l-2} T_{l-2}^*)^2 T_{l-1} T_{l-1}^* T_l T_l^* = q^{-1},$$

$$E_6^{(1,1)} \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* (T_2 T_2^*)^2 (T_3 T_3^*)^3 (T_4 T_4^*)^2 T_5 T_5^* (T_6 T_6^*)^2 = q^{-1},$$

$$E_7^{(1,1)} \implies T_0 T_0^* T_1 T_1^* (T_2 T_2^*)^2 (T_3 T_3^*)^3 (T_4 T_4^*)^4 (T_5 T_5^*)^3 (T_6 T_6^*)^2 (T_7 T_7^*)^2 = q^{-1},$$

$$E_8^{(1,1)} \implies T_0 T_0^* (T_1 T_1^*)^2 (T_2 T_2^*)^3 (T_3 T_3^*)^2 T_4 T_4^* = q^{-1},$$

$$F_4^{(1,1)} \implies T_0 T_0^* (T_1 T_1^*)^2 (T_2 T_2^*)^3 (T_3 T_3^*)^2 T_4 T_4^* = q^{-1},$$

$$G_2^{(1,1)} \implies T_0 T_0^* (T_1 T_1^*)^2 T_2 T_2^* = q^{-1}.$$

ここで $X_l^{(1,1)}$ は、アフィンルート系 $X_l^{(1)}$ を部分ルート系として含む楕円ルート系である。

3 Modified Cherednik 環 と 主定理

以下, [5], [6], [7] の結果を復習し主定理を述べる。 G を 分裂, 単純, 単連結な ($\mathbb{Z}$ 上の) 代数群とする (例 $G = SL_2$)。 G の極大トーラス T を一つ固定し, G, T を群スキームとみなす。 $L = \text{Hom}(\mathbb{G}_m, T)$ を G のコウエイト格子, $L^\vee = \text{Hom}(T, \mathbb{G}_m)$ を G のルート格子, $R \subset L^\vee$ をルート系とする。 $T^\vee = \text{Spec } \mathbb{C}[L]$ を T に双対な複素トーラス, $L_{aff} = \mathbb{Z} \oplus L$ を G のアフィンコウエイト格子, W を G の Weyl 群, $W_{aff} := W \ltimes L$, $W_{el} := W \ltimes (L \oplus L)$, $\tilde{W} := W_{aff} \ltimes L_{aff}$ をそれぞれ, G のアフィン Weyl 群, 楕円 Weyl 群, 楕円 Weyl 群の中心拡大とする。 $T_{aff}^\vee = \text{Spec } \mathbb{C}[L_{aff}]$ をアフィントーラスとする。 G を単連結としたので, 前章の記号で, $L = Q^\vee$, $L^\vee = P$ である。 $P_{aff} = P \oplus \frac{1}{m}\mathbb{Z}$ とおき, トーラス $\tilde{T}^{aff}(\mathbb{C}) = \text{Spec } \mathbb{C}[P_{aff}] = \tilde{T}(\mathbb{C}) \times \text{Spec } \mathbb{C}[\zeta^{\pm \frac{1}{m}}]$ とおく。ここで, $m \in \mathbb{Z}_+$ は, $m < \lambda, \mu > \in \mathbb{Z}$ for all $\lambda \in P^\vee, \mu \in P$ となる最小の整数であり, ζ は独立変数である。 $\alpha = (\bar{\alpha}, n) \in \tilde{R}$, $(\bar{\alpha} \in R, n \in \mathbb{Z})$, $\lambda = (\bar{\lambda}, \zeta) \in \tilde{T}^{aff}(\mathbb{C})$ に対し, $\lambda^\alpha := \zeta^n \bar{\lambda}^{\bar{\alpha}}$ とおく。 $z \in \mathbb{C}^*$ に対して, $\tilde{T}_{\alpha, z}^{aff} = \{\lambda \in \tilde{T}^{aff}(\mathbb{C}) \mid \lambda^\alpha = z\}$ を $\tilde{T}^{aff}(\mathbb{C})$ の因子とする。 $\mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})$ を $\tilde{T}^{aff}(\mathbb{C})$ 上の有理関数体とする。 $W \ltimes P^\vee$ は, $\tilde{T}^{aff}(\mathbb{C})$ 上に $a(\bar{\lambda}, \zeta) = (\zeta^a \bar{\lambda}, \zeta)$, for $a \in P^\vee$, $w(\bar{\lambda}, \zeta) = (w(\bar{\lambda}), \zeta)$, for $w \in W$, で作用する。ここで, ζ^a の意味は, a に対して, $P \rightarrow \frac{1}{m}\mathbb{Z} (b \mapsto (b, a))$ を対応させる準同型に対して, ζ 上での値を ζ^a で示すトーラスの準同型 $\text{Spec } \mathbb{C}[\zeta^{\pm \frac{1}{m}}] \rightarrow \tilde{T}(\mathbb{C})$ を対応させるものとする。ねじれ群環 $\mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})[W \ltimes P^\vee]$ を複素ベクトル空間 $\mathbb{C}(\tilde{T}^{aff}) \otimes_{\mathbb{C}} [W \ltimes P^\vee]$ として導入する。その要素は, 有限和 $\sum_{w \in W \ltimes P^\vee} f_w(t)[w]$, $f_w(t) \in \mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})$ であり, 乗法は, $(f \otimes w) \cdot (g \otimes y) = (f \cdot g^w) \otimes (w \cdot y)$ $f, g \in \mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})$, $w, y \in W \ltimes P^\vee$, で与えられる。このとき, 次の結果が得られている。

定理 3.1 (V. Ginzburg, M. Kapranov and E. Vasserot [5])

二重アフィン Hecke 環 $\mathcal{H}_q$ ($q \in \mathbb{C}^*$) は, $\sum_{w \in W \ltimes P^\vee} f_w(t)[w]$ からなる以下の条件を満たす $\mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})[W \ltimes P^\vee]$ の部分環と同型である。

- (i) おのおの関数 f_w は, 因子 $\tilde{T}_{\alpha, 1}^{aff}$, $\alpha \in \tilde{R}_+$ で 1 位の極以外の特異点を持たない,
- (ii) $\text{Res}_{\tilde{T}_{\alpha, 1}^{aff}}(f_w) + \text{Res}_{\tilde{T}_{\alpha, 1}^{aff}}(f_{s_{\alpha w}}) = 0$, for $w \in W \ltimes P^\vee$, $\alpha \in \tilde{R}_+$,
- (iii) おのおの関数 f_w は, $\tilde{T}_{\alpha, q^{-2}}^{aff}$, $\alpha \in \tilde{R}_+$, $w(\alpha) \in \tilde{R}_-$ 上で 0 となる。

古典的には、局所コンパクト群 G とそのコンパクトな部分群 Δ に対して Hecke 環 $\mathcal{H}(G, \Delta)$ は、 G 上の Haar 測度に関する接合積によって、積が与えられる G のコンパクトな台を持つ、両側 Δ -不変な連続関数から成る環として定義される。2次元局所体 K に対する $G(K)$ の場合には、Kapranov [6] が $G(K)$ の中心拡大 Γ とその部分群 $\Delta_1 \subset \Gamma$ に対して Hecke 環 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ を定義した。そして、 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ が、 $f_w(t) \in \mathbb{C}(T_{aff}^\vee)$ が $W \ltimes Q^\vee \subset W \ltimes P^\vee$ 上を動く線型結合からなる、二重アフィン Hecke 環の部分環であることを示し、“modified Cherednik 環” と名づけた。この環に関して次の定理を得る。

定理 3.2 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ は、楕円 Hecke 環と同型である。

(証明) [5] の結果より、二重アフィン Hecke 環 $\mathcal{H}_q$ は、生成元 $Y_{(b,n)} := Y_b q^n$, $(b,n) \in P_{aff} = P \oplus \frac{1}{m}\mathbb{Z}$, τ_w , $w \in W \ltimes Q^\vee$, τ_π , $\pi \in \Pi$ を持ち、楕円 Hecke 環は、 $Y_{(b,n)}$, $(b,n) \in Q^\vee \oplus \mathbb{Z}$, τ_i ($0 \leq i \leq l$) で生成される $\mathcal{H}_q$ の部分環と同型である。ここで、 $\{\tau_w, w \in W \ltimes Q^\vee\} \cong \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_l\}$ に注意。さらに [6] の結果より、 $\mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})[W \ltimes P^\vee] \cong \mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})[W \ltimes Q^\vee][\Pi]$ であり、 $\mathcal{H}_q \cong \{f_w \text{ が定理 3.1 の留数条件 (i) } \sim \text{(iii) を満たす } \sum f_w(t)[w] \text{ からなる } \mathbb{C}(\tilde{T}^{aff})[W \ltimes P^\vee] \text{ の部分環}\}$ が成立。両方の環の生成元の対応は、

$$\begin{aligned} Y_{(b,n)} &\longleftrightarrow t_{(b,n)} := t^b \zeta^n \\ \tau_i &\longleftrightarrow \sigma_i := \left(\frac{\zeta t^{\alpha_i} - \zeta^{-1}}{t^{\alpha_i} - 1} \right) [s_i] - \frac{\zeta - \zeta^{-1}}{t^{\alpha_i} - 1} [1] \\ \tau_\pi &\longleftrightarrow [\pi] \end{aligned}$$

で与えられ、modified Cherednik 環 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ は、 f_w が $\mathcal{H}_q$ と同じ留数条件を満たす $\sum f_w(t)[w]$ からなる $\mathbb{C}(T_{aff}^\vee)[W \ltimes Q^\vee]$ の中の部分環であり、それは、 $\mathbb{C}(T_{aff}^\vee)[W \ltimes Q^\vee] \cap \mathcal{H}_q$ と同型である。それゆえ、 $\mathcal{H}(\Gamma, \Delta_1)$ の生成元は、 $t_{(b,n)} = t^b \zeta^n$, $(b,n) \in Q^\vee \oplus \mathbb{Z}$, σ_i ($0 \leq i \leq l$), であり、命題 2.3 を用いることにより定理が証明される。

4 Appendix 2次元局所体

定義 ([8]) K と k を体とするとき、 K が最後の剰余体として k をもつ 2次元局所体とは、 K が (完備な) 離散付値環 $\mathcal{O}_K$ の商体であり、 $\mathcal{O}_K$ の剰余体が (剰余体として k をもつ) 1次元局所体となるものである。

2次元局所体の例として2変数ベキ級数体 $K = k((t))((s))$ を考える。このとき、 K の離散付値環は、 $\mathcal{O}_K = k((t))[[s]]$ であり、

$$p_0 : \mathcal{O}_K \longrightarrow K_1 = k((t))$$

を reduction map ($s \mapsto 0$) とするとき $\wp_0 := \ker(p_0) = k((t))s[[s]]$ は、 $\mathcal{O}_K$ の極大イデアルとなり 剰余体 $\mathcal{O}_K/\wp_0 \simeq K_1$ が得られる。さらに、1変数ベキ級数体 $K_1 = k((t))$ は、1

次元局所体であり、その離散付値環は $\mathcal{O}_{k_1} = k[[t]]$ であり、

$$p_1 : \mathcal{O}_{K_1} \longrightarrow K_2 = k$$

を reduction map ($t \mapsto 0$) とするとき、 $\wp_1 := \ker(p_1) = kt[[t]]$ は $\mathcal{O}_{K_1}$ の極大イデアルであり、剰余体 $\mathcal{O}_{K_1}/\wp_1 \cong k$ が得られる。そして、 $\mathcal{O}' := p_0^{-1}(\mathcal{O}_{K_1}) \cong k[[t]] \oplus k((t))s[[s]]$ とおくと $\mathcal{O}'$ は階数 2 の離散付値環となり、値群 $\Gamma_K^{(2)} = K^*/(\mathcal{O}')^* \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ が得られる。付値写像 $\nu^{(2)} : K^* \longrightarrow \Gamma_K^{(2)}$ は、 $\Gamma_K^{(2)}$ 上に辞書式順序を導入することで定義される。

References

- [1] K. Saito *Extended affine root systems I,II*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **21** (1985), 75-179, **26** (1990), 15-78
- [2] I. Cherednik *Double affine Hecke algebras and Macdonald's conjectures*, Ann. of Math. **141** (1995), 191-216
- [3] I. Cherednik *Intertwining operators of double affine Hecke algebras*, Selecta Math. (1997)
- [4] N. Iwahori and H. Matsumoto *On some Bruhat decomposition and structure of the Hecke rings of p -adic Chevalley groups*, I.H.E.S. Publ.Math., No.**25** (1965), 5-48
- [5] V. Ginzburg, M. Kapranov and E. Vasserot *Residue construction of Hecke algebras*, Adv. in Math. **128** (1997), 1-19
- [6] M. Kapranov *Double affine Hecke algebras and 2-dimensional local fields*, Journal of AMS **14** (2001), 239-262
- [7] M. Kapranov *Harmonic analysis on algebraic group over two-dimensional local fields of equal characteristic*, Geom. Topol. Monogr. **3** (2000), 255-262
- [8] A.N. Parshin *Vector bundles and arithmetic groups I*, Proc. Steklov Inst. Math. **208** (1995), 212-233
- [9] A. Kirillov, Jr. *Lectures on affine Hecke algebras and Macdonald's conjectures*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) **34** (1997), 251-292
- [10] T. Takebayashi *Double affine Hecke algebras and elliptic Hecke algebras*, to appear in Journal of algebra