

古典型 p -進 Chevalley 群の split fundamental Morris 型 strata について

刈山和俊 (Kazutoshi Kariyama)

平成 12 年 10 月 25 日

1 紹介

F を非 Archimedes 的局所体とする. C. Bushnell と P. Kutzko は, 一般線型群 $GL_N(F)$ に関して, Howe [23] のアイデアに基づいて, $GL_N(F)$ の開コンパクト部分群 K とその既約スムーズ表現 ρ の組 (K, ρ) のうち type と呼ばれる特殊なクラスを構成し, そして, ある type (K, ρ) を含む $GL_N(F)$ の既約スムーズ表現のクラスをパラメトライズすることによってすべての $GL_N(F)$ のスムーズ表現を分類するという大きな仕事を [13] において成し遂げた. さらに最近 [16] において, F 上定義されたある連結簡約代数群の F -有理点の群 G に関して, Bernstein [4] による G のスムーズ表現からなるカテゴリー $\mathfrak{R}(G)$ のブロック分解を用いて, 彼らは type の概念を再定義し, それによって G のすべてのスムーズ表現を分類する方法を提示した. そして $GL_N(F)$ に関してその分類法を [16] で実行した. この節では, その理論を簡単に紹介し, そしてその文脈に従って標題の結果とその他最近の関連する諸結果を概観する.

まず $\mathfrak{R}(G)$ のブロック分解を思い起こす. π を $\mathfrak{R}(G)$ の既約なある対象 (object) とする. すると L を Levi 因子としてもつ G のある parabolic 部分群 P と L のある既約 supercuspidal 表現 σ (すなわち, その行列係数が L の中心を法としてコンパクトな台をもつ G 上の関数となる) が存在して, π は正規誘導表現 (normalized induced representation) $\iota_P^G(\sigma)$ のある部分商 (subquotient) に同型となる. その (L, σ) は G -共役のもと唯一つ定まる. この共役類を π の supercuspidal 台と呼ぶ.

$i = 1, 2$ について, σ_i を G の Levi 部分群 L_i のある既約 supercuspidal 表現とする. (L_1, σ_1) と $(L_2, \sigma_2 \otimes \chi)$ が G において共役となるような L_2 のある不分岐指標 (unramified character) χ , すなわち, L_2 のすべての開コンパクト部分群上自明な 1 次元スムーズ表現 χ が存在するとき, (L_1, σ_1) は (L_2, σ_2) に惰性的同値 (inertially equivalent) と呼ぶ. $[L, \sigma]_G$ で (L, σ) の惰性同値類を表し, $\mathfrak{B}(G)$ ですべての惰性同値類の集合を表す.

$\mathfrak{s} \in \mathfrak{B}(G)$ に対して, $\mathfrak{R}(G)$ のある充満部分カテゴリー (full subcategory)

$\mathfrak{R}^s(G)$ を対応させる。それは G のスムーズ表現 π で、 π の各既約部分商が s で代表される supercuspidal 台をもつものを対象とする部分カテゴリーである。Bernstein [4] によって、

$$\mathfrak{R}(G) = \prod_{s \in \mathfrak{B}(G)} \mathfrak{R}^s(G)$$

が示された。

K を G のある開コンパクト部分群そして ρ をその既約スムーズ表現とする。 $s \in \mathfrak{B}(G)$ に対して、 (K, ρ) が、' K に制限したとき ρ を含む G の既約スムーズ表現は部分カテゴリー $\mathfrak{R}^s(G)$ に属する (既約) 対象となる' という条件を満たすとき、その組 (K, ρ) を G における s -type と呼ぶ。ind ρ で K から G への ρ のコンパクト誘導表現を表す。もし (K, ρ) が s -type ならば、対応 $\pi \mapsto \text{Hom}_G(\text{ind} \rho, \pi)$ がカテゴリーの同値

$$\mathfrak{R}^s(G) \simeq \text{Mod} - \text{End}_G(\text{ind} \rho)$$

を導く。ここで右辺は右 $\text{End}_G(\text{ind} \rho)$ -加群のカテゴリーを表す。 $\text{End}_G(\text{ind} \rho)$ は自然に G 上のコンパクトな台をもつ ρ -球関数 (ρ -spherical function) のなす G 上のある Haar 測度に関する convolution 代数 $\mathcal{H}(G, \rho)$ に同型である。従って、同値

$$\mathfrak{R}^s(G) \simeq \text{Mod} - \mathcal{H}(G, \rho)$$

を得る。

$s = [L, \sigma]_G \in \mathfrak{B}(G)$ とする。 M を L を含む G のある Levi 部分群とする。 (L, σ) は明らかに $[L, \sigma]_M \in \mathfrak{B}(M)$ を決める。これを s_M と書く。 (K_M, τ_M) を M におけるある s_M -type とする。 (K_M, τ_M) の G -cover なる概念が [16] において導入された (正確な定義は略す)。それは G の開コンパクト部分群 K とその既約スムーズ表現 ρ の組 (K, ρ) で、 (K_M, τ_M) のある拡張である G における s -type である。さらに次の性質をもつ：複素数体 $\mathbb{C}$ 上の多元環の同型

$$j_P : \mathcal{H}(M, \tau_M) \simeq \mathcal{H}(G, \rho)$$

が存在して、これが上の同型に対して次の可換図式を導く。

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{R}^{s_M}(M) & \xrightarrow{\sim} & \text{Mod} - \mathcal{H}(M, \tau_M) \\ \downarrow \iota_P^G & & \downarrow (j_P)^* \\ \mathfrak{R}^s(G) & \xrightarrow{\sim} & \text{Mod} - \mathcal{H}(G, \rho) \end{array}$$

以上の準備のもと、結局 $\mathfrak{R}(G)$ の分類問題は次の 2 つの問題に帰着できる。

- (1) 各 $s \in \mathfrak{B}(G)$ に対して、 s -type (K, ρ) を構成できるか。
- (2) 各 s -type (K, ρ) に対して、 $\mathcal{H}(G, \rho)$ の表現を分類できるか。

$G = GL_N(F)$ (または $SL_N(F)$) に関しては, [13, 16, 17] (または [14, 15], [22]) において, 上記の問題 (1),(2) は完全に解決された. $G = GL_N(F)$ についてその過程を概観する.

[13] において, 極大 simple type と呼ばれる G における $[G, \pi]_G$ -type が構成され, $G = GL_N(F)$ のすべての既約 supercuspidal 表現は, G -共役を除いて, 唯一つの極大 simple type (J, λ) を含むことが示された. このような $[G, \pi]_G$ -type (J, λ) を **supercuspidal type** と呼ぼう.

$\mathfrak{s} = [L, \sigma]_G \in \mathfrak{B}(G)$ から数段階を踏んである $\mathfrak{s}$ -type が構成される.

段階 1. $V = V^1 \oplus \dots \oplus V^r$ と分解され, そして

$$L \simeq \prod_i \text{Aut}_F(V^i), \quad \sigma \simeq \bigotimes_i \pi_i$$

ここで, π_i は $\text{Aut}_F(V^i)$ の既約 supercuspidal 表現である. すると π_i は極大 simple type (J_i, λ_i) を含む.

$$K_L = \prod_i J_i, \quad \tau_L = \bigotimes_i \lambda_i$$

とおくと, (K_L, τ_L) が L における $[L, \sigma]_L$ -type となる.

段階 2. L の G における正規化群 $N_G(L)$ の $\mathfrak{B}(G)$ 上の共役による作用のもと, $[L, \sigma]_L$ の正規化群を含む G の最小の Levi 部分群を M とする. すると $M \supset L$ で, 同様に

$$M \simeq \prod_j M_j$$

ここで, $M_j \simeq GL_{m_j}(F)$. 各 $L_j = L \cap M_j$ は M_j のある Levi 部分群であるから, 再び段階 1 のようにして組 (K_{L_j}, τ_{L_j}) を得る. さらにこの組 (K_{L_j}, τ_{L_j}) の M_j -cover (K_M^j, τ_M^j) が構成される. 従って

$$K_M = \prod_j K_M^j, \quad \tau_M = \bigotimes_j \tau_M^j$$

において, 組 (K_M, τ_M) を得る. するとこの (K_M, τ_M) は段階 1 の (K_L, τ_L) の M -cover である, すなわち, M におけるある $[L, \sigma]_M$ -type が得られたことになる. そして

$$\mathcal{H}(M, \tau_M) \simeq \bigotimes_j \mathcal{H}(M_j, \tau_M^j)$$

右辺の各因子 $\mathcal{H}(M_j, \tau_M^j)$ は A 型のアフィン Hecke 環, すなわち, ある $GL_m(E)$ の岩堀部分群 B に関する岩堀-Hecke 環 $\mathcal{H}(B, 1_B)$ に同型になる, ここで E は F のある有限次拡大であり, GL_m は E 上定義されているとする.

段階 3. この (K_M, τ_M) から, 終局の G -cover (K, τ) を構成できる. 従って

$$\mathcal{H}(G, \tau) \simeq \mathcal{H}(M, \tau_M)$$

となり、そしてこれが求める G における $\mathfrak{s}$ -type となる。この組 (K, τ) を **semisimple type** と呼ぶ。

これは問題 (1) が解決したことを意味する。また上の 2 つの同値を合成することにより、 $\mathcal{H}(G, \tau)$ は A 型のアフィン Hecke 環のある直積であることがわかる。A 型のアフィン Hecke 環の表現は Kazhdan-Lusztig [30] で完全に分類されている。従って問題 (2) も解決された。

$\mathfrak{s}$ -type の構成の過程から、(1),(2) を解く前に次の問題を解く必要があることがわかる。もちろん GL_N (または SL_N) に関しては解かれている。

(0) 任意の自然数 $N \geq 2$ について、 $GL_N(F)$ のすべての **supercuspidal type** を構成できるか。

C. Bushnell, P. Kutzko そして G. Henniart 達はこの GL_N の結果を数論、特に Langlands 理論に応用して豊かな果実 [9, 10], [11, 12] を収穫している。

関連する他の結果を概観する。まず斜体 D 上の GL_N に関して、Broussous [18, 19] において Bushnell-Kutzko の方法が拡張されようとしている。A 型以外の群に関しては問題 (0),(1),(2) を解くことは本質的に難しい。最近の関連する結果の主なものを列挙する。以下の結果はいずれもスムーズ表現の一部のクラスしか与えていないことを注意しておく。

(0) の **supercuspidal type の構成問題**: (a)tame の場合、古典群については Morris [33, 34], Kim [32], そして一般の群については Adler [1], Adler-Roche [2] がある。(b) 一般の場合 (wild の場合も含む), Sp_{2n} については刈山 [27], そして一般の古典群については Stevens [45, 46] がある。

(1) の **type の構成問題**: $Sp_4(F), GSp_4(F)$ については Blondel-Blasco [3], 一般の古典群については再び Stevens [45, 46], Chevalley 群については Roche [40], そして一般の群については Morris [37] がある。

(2) の **Hecke 環の表現の分類**: まず Hecke 環の構造の決定に関して、古典群の Kim [32] と p -進 Chevalley の Roche [40] がある。

最後に Bushnell-Kutzko の一連の仕事の出発点となったのは、A. Moy によって提唱された [41] における fundamental stratum (彼は minimal K-type と呼んでいる) の概念である。彼はある群 G に対して、すべての既約スムーズ表現はある fundamental stratum を含むことを示した。 GL_N に関しては、Moy, Bushnell, Howe-Moy, Kutzko, Kutzko-Mandercheid 等の多くの結果がある (参考文献は Bushnell-Kutzko [13] を参照)。 GL_N の fundamental stratum もまた、その開コンパクト部分群とその 1 次元スムーズ表現のある組である。この fundamental stratum によりカテゴリー $\mathfrak{R}(GL_N(F))$ のパラメータである $\mathfrak{B}(GL_N(F))$ を split と non-split の 2 つに大別できる。それは対応する $\mathfrak{s}$ -type の Hecke 環が 1 つの A 型のアフィン Hecke 環に (同型に) なるか、あるいは 2 つ以上のそれらの tensor 積に分裂するかに対応する。また split fundamental stratum を含む既約スムーズ表現は supercuspidal とならないことがわかる。しかし fundamental stratum は層として薄すぎて $\mathfrak{R}(GL_N(F))$ をさらに類別

できない。そこで C. Bushnell と P. Kutzko は、それを **simple stratum** なる概念に拡張して、それから simple type (特に, supercuspidal type) を構成して上述のように $\mathfrak{A}(GL_N(F))$ を完全に類別することに成功した。

GL_N 以外の古典群については Morris [36], そして一般の群については Moy-Prasad [38, 39] で各々 fundamental stratum と unrefined minimal K-type が定義され、それらの基本的性質が調べられた。我々の標題の結果は、Morris[36] において、lattice から定義された parahoric 部分群のフィルターづけを用いて、古典型 Chevalley 群の fundamental stratum を定義し、そしてそれらを split および non-split に分けるものである。そのフィルターづけは Moy-Prasad [38, 39] の unrefined minimal K-type でもある。その fundamental stratum を Morris 型と仮に呼ぶ。この結果が一般の群 G の split/non-split fundamental stratum を定義するのに役立つことを期待したい。詳細は以下の節で記述していく。

2 準備

F を剰余標数が奇素数である非 Archimedes 的局所体, $\mathcal{O}$ と $\mathcal{P}$ を各々極大整環 (maximal order) と極大イデアルとし、そして ϖ を $\mathcal{O}$ のある素元とする。 $\varepsilon = \pm 1$ とおく。 V を F 上のある有限次元ベクトル空間とし、 f を $V \times V$ 上の非退化対称または歪対称双線形形式

$$f(\lambda v, w) = \lambda f(v, w) = \varepsilon f(w, \lambda v) \quad (v, w \in V, \lambda \in F)$$

とする。 G をシンプレクティック群または特殊直交群

$$G = \{g \in SL_F(V) \mid f(gv, gw) \equiv f(v, w) \quad (v, w \in V)\}$$

とする。ここで、 $SL_F(V)$ を V 上の特殊線型群とする。 $\text{End}_F(V)$ を V 上のすべての F -準同型からなる環とする。 $\text{End}_F(V)$ 上の対合 σ が双線形形式 f によって次のように定義される。各 $X \in \text{End}_F(V)$ に対して、 $\sigma(X) \in \text{End}_F(V)$ が次の公式で一意的に定まる。

$$f(Xv, w) = f(v, \sigma(X)w) \quad (v, w \in V).$$

$\mathfrak{g}$ で G の Lie 環を表す。すると

$$\mathfrak{g} = \{X \in \text{End}_F(V) \mid X + \sigma(X) = 0\}.$$

$\mathcal{L} = \{L_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ を $\mathcal{O}$ -束 ($\mathcal{O}$ -lattice), すなわち V の開コンパクト $\mathcal{O}$ -部分加群 L_i からなるある集合とする、ここで $\mathbb{Z}$ は整数からなる集合を表す。それが条件

$$(1) \ L_{i+1} \subsetneq L_i \quad (i \in \mathbb{Z}),$$

(2) $\mathcal{O}L_i = L_{i+s}$ ($i \in \mathbb{Z}$) となる自然数 s が唯一存在する

を満たすとき、束鎖 (lattice chain) と呼ぶ。このとき自然数 s をその束鎖の周期 (period) と呼び、 $s = s(\mathcal{L})$ と書く。 V のある $\mathcal{O}$ -束 L に対して、 $\mathcal{O}$ -双対 $L^\#$ を

$$\mathcal{L}^\# = \{L'_{-i} = L_i^\#\}_{i \in \mathbb{Z}}$$

で定義する。ある束鎖 $\mathcal{L} = \{L_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ に対しても、その $\mathcal{O}$ -双対 $\mathcal{L}^\#$ を

$$\mathcal{L}^\# = \{L'_{-i} = L_i^\#\}_{i \in \mathbb{Z}}$$

で定義する。ある束鎖 $\mathcal{L}$ が $\mathcal{L} = \mathcal{L}^\#$ を満たすとき自己双対 (self-dual) と呼ぶ。すべての自己双対な束鎖 $\mathcal{L}$ は、ある自然数 r に対して自己双対断面 (self-dual slice) と呼ばれる次の部分列

$$\Sigma(\mathcal{L}) : L_{r-1}^\# \supseteq \cdots \supseteq L_0^\# \supset L_0 \supseteq \cdots \supseteq L_{r-1} \supset \varpi L_{r-1}^\#$$

を含むことが [34] Proposition 1.4 で証明されている。そこでは $L_0^\# = L_0$ または $L_{r-1} = \varpi L_{r-1}^\#$ が起こりうる。

[36], 4.3 における定義を思い起こす。 $\mathcal{L}$ と $\mathcal{M}$ を V の2つの束鎖とし、 $\mathcal{M} = \mathcal{L}^\#$ を満たし、そして $\mathcal{L} \cup \mathcal{M}$ が再び V のある束鎖となるものとする。 $\mathcal{L} \cup \mathcal{M} = \{N_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ と書く。その $\mathcal{L} \cup \mathcal{M}$ の下記の形をした部分列を長さ ℓ の重複部分列と呼ぶ。

$$\cdots \supseteq N_k \supseteq N_{k+1} \supseteq \cdots \supseteq N_k \supseteq N_{k+\ell} \supseteq N_{k+\ell+1} \supseteq \cdots$$

ここで、 $N_k, N_{k+\ell+1} \notin \mathcal{L} \cap \mathcal{M}$, そして $N_{k+1}, \dots, N_{k+\ell+1} \in \mathcal{L} \cap \mathcal{M}$ とする。

定義 1. 上のような束鎖の1組の $\mathcal{L}$ と $\mathcal{M}$ に対して、それらが条件

- (1) もし $L \in \mathcal{L} \setminus \mathcal{L}^\#$ (または $L^\# \setminus \mathcal{L}$) ならば、その続き $L'(\subsetneq L)$ は $\mathcal{L}^\#$ (または $\mathcal{L}$) に属する,
- (2) 長さ $\ell \geq 1$ のすべての重複部分列は

$$N_k \in \mathcal{L} \setminus \mathcal{L}^\#, N_{k+\ell+1} \in \mathcal{L}^\# \setminus \mathcal{L},$$

となるか、そうでないなら、それらすべては

$$N_k \in \mathcal{L}^\# \setminus \mathcal{L}, N_{k+\ell+1} \in \mathcal{L} \setminus \mathcal{L}^\#.$$

となる

を満たすとき、 $\{\mathcal{L}, \mathcal{M}\}$ を C -鎖 (C -chain) と呼ぶ。

我々は V の C -鎖 $\{\mathcal{L}', \mathcal{L}''\}$ に付随して、 G の parahoric 部分群 P とそのフィルターづけ (filtration) を定義する。

$\mathfrak{A}(\mathcal{L}')$ と $\mathfrak{A}(\mathcal{L}'')$ で各々 $\mathcal{L}'$ と $\mathcal{L}''$ によって定義される $\text{End}_F(V)$ の遺伝的 $\mathcal{O}$ -整環 (hereditary $\mathcal{O}$ -order) を表す. そして $\mathfrak{P}(\mathcal{L}')$ と $\mathfrak{P}(\mathcal{L}'')$ を各々それらの Jacobson 根基 (radical) とする. $\text{End}_F(V)$ の $\mathcal{O}$ -部分加群を, 各整数 i に対して

$$\begin{aligned}\mathcal{B}_{2i} &= \mathfrak{P}(\mathcal{L}')^i \cap \mathfrak{P}(\mathcal{L}'')^i, \\ \mathcal{B}_{2i+1} &= \mathfrak{P}(\mathcal{L}')^{i+1} + \mathfrak{P}(\mathcal{L}'')^{i+1}\end{aligned}$$

と定義する. すると $\mathcal{B}_{2i} \supseteq \mathcal{B}_{2i+1} \supseteq \mathcal{B}_{2i+2}$ ($i \in \mathbb{Z}$), そして $s = s(\mathcal{L}) = s(\mathcal{M})$ とおくと, $\mathcal{B}_{2s} = \varpi \mathcal{B}_0$ となるのが直ちにわかる. $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ とおけ. $\mathcal{B}_i$ ($i \in \mathbb{Z}$) は $\text{End}_F(V)$ 上の対合 σ のもと不変である. また $\mathfrak{A}(\mathcal{L})$ と $\mathfrak{P}(\mathcal{L})$ を上と同様に定義すると,

$$\mathfrak{A}(\mathcal{L}) = \mathcal{B}_0 \text{ また } \mathfrak{P}(\mathcal{L}) = \mathcal{B}_1.$$

を確かめられる. G の parahoric 部分群 P を, $\mathfrak{A}(\mathcal{L}) \cap G$ の部分群であり商 $P/\{(1 + \mathfrak{P}(\mathcal{L})) \cap G\}$ が剰余体 $\mathcal{O}/\mathcal{P}$ 上のある連結代数群の有理点からなる群となるものと定義する. これは束鎖 $\mathcal{L}$ にのみ依存する G の開コンパクト部分群となる. $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ が場合 1 : $\mathcal{L}' = \mathcal{L}''$ と場合 2 : $\mathcal{L}' \neq \mathcal{L}''$ かつ $\mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'' \neq \emptyset$ の 2 つの場合に分けて parahoric 部分群 P のフィルターづけを定義する. ただし, $\mathcal{L}' \neq \mathcal{L}''$ かつ $\mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'' = \emptyset$ のときは場合 1 に帰着できる.

場合 1 : すると $\mathcal{L} = \mathcal{L}' = \mathcal{L}''$ そして定義から

$$\mathcal{B}_{2i-1} = \mathcal{B}_{2i} = \mathfrak{P}(\mathcal{L})^i \quad (i \in \mathbb{Z})$$

となる. そこで, 任意の自然数 i に対して

$$P_i = G \cap (1 + \mathfrak{P}(\mathcal{L})^i)$$

とおき, そして $P_0 = P$ とおく. また任意の整数 i に対して, G の Lie 環 $\mathfrak{g}$ の $\mathcal{O}$ -束を

$$\mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', i} = \mathfrak{g} \cap \mathfrak{P}(\mathcal{L})^i$$

で定義する.

場合 2 : 上で定義した $\mathcal{B}_i$ から, 任意の自然数 i に対して

$$P_i = G \cap (1 + \mathcal{B}_i)$$

とおく, そして $P_0 = P$ とおく. また任意の整数 i に対して,

$$\mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', i} = \mathfrak{g} \cap \mathcal{B}_i$$

とおく.

いずれの場合も, P_i は P のある正規部分群であり, $P_i \subset P_j$ ($i \geq j$) そして $(P_i, P_j) \subset P_{i+j}$ ($i, j \geq 1$) となる, ここで (P_i, P_j) は P_i と P_j の交換子群を表

す。従って $\{P_i\}$ が求める parahoric 部分群 P のフィルターづけである。また $\mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', i} \subset \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', j}$ ($i \geq j$) となる。

C を Cayley 写像とする。すなわち, $\text{End}_F(V)$ の $\det(1+X) \neq 0$ となる元 X に対して,

$$C(X) = (1+X)^{-1}(1-X).$$

すると次の命題を容易に示せる。

命題 1. 記号と仮定は上の通りとする。

(1) 各自然数 i に対して, Cayley 写像 C は次の 1 対 1 対応を導く

$$\mathfrak{g}_{\mathcal{L} \cup \mathcal{M}, i} \simeq P_i.$$

(2) 自然数 $2i \geq j \geq i \geq 1$ に対して, またそれは次のアーベル群の同型を導く

$$P_i/P_j \simeq \mathfrak{g}_{\mathcal{L} \cup \mathcal{M}, i} / \mathfrak{g}_{\mathcal{L} \cup \mathcal{M}, j}.$$

Ω を加法群 F 上の $\mathcal{O}$ 上自明で $\mathcal{O}^{-1}$ 上非自明なある指標とし, 今後固定する。

場合 1 : $\mathbb{Z}$ 上のある関数 λ を

$$\lambda(i) = 1 - s(\mathcal{L}) - i$$

で定義する。ある自然数 n に対して, $\widehat{P_n/P_{n+1}}$ で P_n/P_{n+1} の Pontryagin 双対を表すと, アーベル群の同型

$$\widehat{P_n/P_{n+1}} \simeq \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, \lambda(n+1)} / \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, \lambda(n)}.$$

が導ける。実際, それは P_n/P_{n+1} の各指標 ψ を公式

$$\psi(C(X)) = \Omega(\frac{1}{2} \text{Tr}(-bX)) \quad (X \in \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, n})$$

によってあるコセット $b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, \lambda(n)}$ に対応させて得られる, ここで Tr は $\text{End}_F(V)$ におけるトレース (trace) とする。

場合 2 : $\mathbb{Z}$ 上のある関数 λ を

$$\lambda(i) = 1 - 2s(\mathcal{L}') - i$$

で定義する。場合 1 のようにして, ある自然数 n に対して, アーベル群の同型

$$\widehat{P_{2n}/P_{2n+1}} \simeq \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, \lambda(2n+1)} / \mathfrak{g}_{\mathcal{L}, \lambda(2n)}$$

が導ける。

3 Morris 型 fundamental strata

$\{\mathcal{L}', \mathcal{L}''\}$ を V におけるある C -束とし, $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ とする. $P = P_{\mathcal{L}}$ を $\mathcal{L}$ に付随する G の parahoric 部分群とする.

定義 2. Morris 型 stratum とは次のいずれかの 3 つ組とする.

- (1) 3 つ組 $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$, ここで, n は自然数であり, 特に $\{P_n\}$ が場合 2 の $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ に付随するとき, n は偶数とし, P_n/P_{n+1} の指標 ψ_b は非自明で, 上の対応でコセット $b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', \lambda(n)}$ に対応する.
- (2) 3 つ組 $(\mathcal{L}, \psi, P_0)$, ここで, ψ は $\bar{P} = P/P_0$ のある既約スムーズ表現である.

定義 1 の P_n の非負整数 n をその stratum の深さ (depth) と呼ぶ.

定義 3. Morris 型 stratum $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ または $(\mathcal{L}, \psi, P_0)$ が次の条件を満たすとき, **fundamental** と呼ぶ.

- (1) 前者について, コセット $b + \mathfrak{g}_{\lambda(n)}$ ($b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', \lambda(n)}$ ではない) はいかなる巾零元 (nilpotent element) も含まない.
- (2) 後者について, ψ が剰余体 $\mathcal{O}/\mathcal{P}$ 上の連結代数群の既約スムーズ表現として cuspidal である (Deligne-Lustig [21] を参照).

注意 1. (1) 刈山 [29] によって, $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ に対して, P_i (または $\mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''}$) が P (または $\mathfrak{g}$) の [38, 39] で定義された Moy-Prasad フィルターづけ $P_{x, r(i)}$ (または $\mathfrak{g}_{x, r(i)}$) に一致するような G の Bruhat-Tits ビルディングのある点 x が存在することが示された, ここで r は $\mathbb{Z}$ 上の有理数を値にもつある関数である.

- (2) 定義 2 において, コセット $b + \mathfrak{g}_{\lambda(n)}$ を $b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', \lambda(n)}$ に置き換えると, (1) から, 正の深さの fundamental Morris 型 stratum は Moy-Prasad [38] の unrefined minimal K-type に他ならないことがわかる.

不幸にも [36] の Theorem 8.8 の証明にギャップがあることがわかった. しかしそれは埋め合わせられ次の予想が成り立つと思われる ([28] Theorem 2.3.2 を参照).

予想 1. G のすべての既約スムーズ表現 π はある *fundamental Morris 型 stratum* を含む.

今後, 我々は G の既約スムーズ表現が正の深さのある fundamental Morris 型 stratum を含む場合を注目する. このときそのような fundamental Morris 型 stratum は唯一つとは限らない. そこで, そのうちのできるだけ単純なものを見つけることができることを示そう.

場合 1: $\mathcal{L}$ を周期 $s = s(\mathcal{L})$ をもつ V の自己双対なある束鎖とし, その自己双対断面を

$$\Sigma(\mathcal{L}) : L_{r-1}^\# \supset \cdots \supset L_0^\# \supset L_0 \supset \cdots \supset L_{r-1} \supset \varpi L_{r-1}^\#$$

とする. するとその $\Sigma(\mathcal{L})$ における $L_0^\# \supset L_0$ と $L_{r-1} \supset \varpi L_{r-1}^\#$ に関して, 次の4つの可能性がある.

Type I $L_{r-1} = \varpi L_{r-1}^\#, L_0^\# = L_0$, そして $s = 2r - 2$,

Type II $L_{r-1} = \varpi L_{r-1}^\#, L_0^\# \neq L_0$, そして $s = 2r - 1$,

Type III $L_{r-1} \neq \varpi L_{r-1}^\#, L_0^\# = L_0$, そして $s = 2r - 1$,

Type IV $L_{r-1} \neq \varpi L_{r-1}^\#, L_0^\# \neq L_0$, そして $s = 2r$.

これらを $\mathcal{L}$ のタイプと呼ぶ. まず場合1を考察する.

場合1: 2節で, 自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ によって G の parahoric 部分群 $P = P_{\mathcal{L}}$ と, そのフィルターづけ $\{P_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ が定義された. この場合 $\mathcal{L} = \mathcal{L}' = \mathcal{L}''$ となるので, stratum $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を簡単に $(\mathcal{L}, \psi_b, P_n)$ と表す. すると [8] Proposition 3.4 と類似の次の結果を得る.

定理 2. もし G の既約スムーズ表現が正の深さのある *fundamental Morris* 型 stratum $(\mathcal{L}, \psi_b, P_n)$ を含むならば, それは

$$\gcd(s(\mathcal{L}'), n') = 1 \text{ または } 2.$$

を満たす正の深さのある *fundamental Morris* 型 stratum $(\mathcal{L}', \psi_b, P_{n'})$ を含む. 特に $\mathcal{L}$ がタイプ I ならば, それは $\gcd(s(\mathcal{L}'), n') = 1$ となるようなものを含む.

証明の方針は, 自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ の自己双対となるある部分束鎖 $\mathcal{L}'$ で定理の周期に関する条件を満たし, また

$$\begin{aligned} \mathfrak{p}(\mathcal{L})^{k+1} &\subset \mathfrak{p}(\mathcal{L}')^{k'+1} \subset \mathfrak{p}(\mathcal{L}')^{k'} \subset \mathfrak{p}(\mathcal{L})^k \quad (\text{タイプ I, II}) \\ \mathfrak{p}(\mathcal{L})^{k+1} &\subset \mathfrak{p}(\mathcal{L}')^{2k'+1} \subset \mathfrak{p}(\mathcal{L}')^{2k'} \subset \mathfrak{p}(\mathcal{L})^k \quad (\text{タイプ III, IV}) \end{aligned}$$

を満たすものをタイプごとに見い出す. これより定理が導ける.

場合2: この場合は少し複雑である. $\{\mathcal{L}', \mathcal{L}''\}$ を $\mathcal{L}' \neq \mathcal{L}''$ かつ $\mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'' \neq \emptyset$ を満たすある C -束鎖とし, $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ とおく. 証明の便宜のためタイプ II, III, IV をさらに次のように分割する. タイプ II に対して,

Type II-0 $L_{r-1}^\# \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

Type II-1 $L_{r-1}^\# \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}''.$

タイプ III に対して,

Type III-0 $L_{r-1}^\# \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

Type III-1 $L_{r-1}^\# \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}''.$

タイプ IV に対して,

Type IV-1 $L_{r-1}^\# \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

Type IV-2 $L_{r-1}^\# \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

Type IV-3 $L_{r-1}^\# \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \in \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

Type IV-4 $L_{r-1}^\# \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'', L_0 \notin \mathcal{L}' \cap \mathcal{L}'',$

これらのタイプごとに定理 3 の証明と同じ方針で次の定理を証明できる。

定理 3. $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ を場合 2 のある自己双対束鎖とする。もしある既約スムーズ表現が正の深さのある *fundamental Morris 型 stratum* $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を含むならば、それは

$$\gcd(2s(\mathcal{N}'), n') = 2.$$

を満たす正の深さのある *fundamental Morris 型 stratum* $((\mathcal{N}', \mathcal{N}''), \psi_b, P_{n'})$ を含む。ここで、 $\mathcal{N}' = \mathcal{N}''$ も許す。

4 Split fundamental Morris 型 strata

$((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を正の深さのある *fundamental Morris 型 stratum* とする。ここで $\mathcal{L}' = \mathcal{L}''$ も許す。

$$k = \lambda(n+1)$$

とおく。すると P_{n+1} 上自明な P_n のその指標 ψ_b に商 $\mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', k} / \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', k+1}$ のコセット $b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', k+1}$ が唯一つ対応することを 2 節で見た。場合 1 のとき $s = s(\mathcal{L})$, 場合 2 のとき $s = 2s(\mathcal{L}')$ とおく。

$$c = \gcd(s, k)$$

とおく。すると $\varpi^{-k/c} b^{s/c} \in \mathfrak{A}(\mathcal{L})$ が直ちにわかる。また自然な環同型

$$\mathfrak{A}(\mathcal{L}) / \mathfrak{P}(\mathcal{L}) \simeq \prod_i M_{n_i}(\overline{F}),$$

が存在することがよく知られている (例えば [20] section 3 を参照), ここで右辺は剰余体 $\overline{F} = \mathcal{O} / \mathfrak{P}$ を係数にもつ階数 n_i の全商環 $M_{n_i}(\overline{F})$ の有限積である。従ってその同型を通してコセット $\varpi^{-k/c} b^{s/c} + \mathfrak{P}(\mathcal{L})$ が右辺の直積環の元 $(\overline{\beta}_i)$ に唯一対応する。ここで $\overline{\beta}_i \in M_{n_i}(\overline{F})$ 。これはコセット $b + \mathfrak{B}_{k+1}$ に、従ってその *fundamental stratum* にのみ依存する。 $f_i(t)$ を $M_{n_i}(\overline{F})$ における $\overline{\beta}_i$ のモニック特性多項式とする。

今後、正の深さのある *fundamental Morris 型 stratum* $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ は定理 3 または定理 4 の条件を満たすものと仮定する。そこで

$$\begin{cases} \gcd(s(\mathcal{L}), n) = 1, 2 & (\text{場合 1}), \\ \gcd(2s(\mathcal{L}'), n) = 2 & (\text{場合 2}), \end{cases}$$

ここで $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$, そして特に, それがタイプ I ならば $\gcd(s(\mathcal{L}), n) = 1$ である. このとき, 我々はモニック特性多項式 $f_i(t)$ を調べる.

場合 1: ある自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ が双線形形式の空間 (V, f) のある Witt 基底で生成される場合 (このとき $\mathcal{L}$ を標準的 (standard) と呼ぶ) に, コセット $b + \mathfrak{g}_{\mathcal{L}' \cup \mathcal{L}'', k+1}$ から単純なある代表元 b' (ブロック分解して帯行列の形 (band-matrix form) をしている) を選び, そしてその Witt 基底上の作用を記述して次の結果を得る.

定理 4. $(\mathcal{L}, \psi_b, P_n)$ を場合 1 の周期 $s = s(\mathcal{L})$ をもつ自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ によって定義されるフィルター部分群 P_n を備えた正の深さのある fundamental Morris 型 stratum とする. $f_i(t)$ ($1 \leq i \leq s$) を上のような対応するモニック特性多項式とする. するとすべての $f_i(t)$ が, ある非負整数 n' に対して, $f_\ell(t)t^{n'}$ あるいは $f_m(t)t^{n'}$ となる形になる高々 2 つの多項式 $f_\ell(t)$ と $f_m(t)$ が存在する. $f_\ell(t)$ あるいは $f_m(t)$ は単項式 (monomial) ではない. また, もし $c = \gcd(s, n) = 1$ ならば, $\ell = m$ となる.

場合 2: $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を正の深さのある fundamental Morris 型 stratum とする. $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ とする. この節の初めのように, $s' = s(\mathcal{L}')$ そして $s = 2s'$ とし, さらに

$$s_0 = s(\mathcal{L})$$

とおく. 場合 1 におけるように, 束鎖 $\mathcal{L}'$ が標準的として, それを Witt 基底で生成する. そして同様にして次の結果を得る. しかしその過程は場合 1 に比べてかなり骨折である.

定理 5. $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を場合 2 の周期 $s = s(\mathcal{L})$ をもつ自己双対束鎖 $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ によって定義されるフィルター部分群 P_n を備えた正の深さのある fundamental Morris 型 stratum とする. $f_i(t)$ ($1 \leq i \leq s_0$) を上のような対応するモニック特性多項式とする. するとすべての $f_i(t)$ が, ある非負整数 n' に対して, $f_\ell(t)t^{n'}$ あるいは $f_m(t)t^{n'}$ に等しくなるような単項式 $f_\ell(t)$ と単項式でない $f_m(t)$ が存在する.

場合 1 と場合 2 を考察する. 注目する fundamental Morris 型 stratum における ψ_b の b は Lie 環 $\mathfrak{g}$ の元であるから, s/c の偶奇に応じて,

$$\sigma(\varpi^{-k/c} b^{b/c}) = \varepsilon \varpi^{-k/c} b^{b/c}.$$

ここで, σ は 1 節で定義した $\text{End}_F(V)$ の対合とし, そして s/c が偶数なら $\varepsilon = +1$, そうでないなら $\varepsilon = -1$ である.

命題 6. 記号と仮定は上の通りとする. もし s/c が奇数ならば, 定理 5 と定理 6 の多項式 $f_\ell(t)$ と $f_m(t)$ は次の関係式を満たす.

$$f_\ell(-t) = \pm f_\ell(t) \text{ そして } f_m(-t) = \pm f_m(t).$$

自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ の自己双対断面 $\Sigma(\mathcal{L})$ の $\mathcal{O}$ -束の形を 2 節のようとする。
 すると, [34] 1.12 より商環 $\mathfrak{A}(\mathcal{L})/\mathfrak{P}(\mathcal{L})$ はまた次の全商環の積に自然に同型であることがわかる。

$$\text{End}_{\overline{F}}(L_0^\# / L_0) \times \text{End}_{\overline{F}}(L_{r-1} / \varpi L_{r-1}^\#) \times \prod_{i=1}^{r-1} \{ \text{End}_{\overline{F}}(L_{i-1} / L_i) \times \text{End}_{\overline{F}}(L_i^\# / L_{i-1}^\#) \}$$

多項式 $f_i(t)$ はこの直和因子のいずれかに属することがわかり, そしてこの分解の双対性からその命題 7 を導くことができる。

以上の準備のもと, 我々は **split fundamental Morris 型 stratum** を定義することができる。

$((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を 4 節の初めに仮定したように定理 3 または定理 4 の条件を満たすものとする。このとき, その自己双対束鎖 $\mathcal{L}$ は標準的と仮定してよい。また s と c は定理 3 または定理 4 のようとし, $f_\ell(t)$ と $f_m(t)$ を定理 5 または定理 6 の多項式とする。 $\Phi(t)$ を $\varpi^{-k/c} b^{b/c}$ のモニック特性多項式とする。するとその元は $\mathfrak{A}(\mathcal{L})$ に属するから, $\Phi(t)$ は F の極大整環 $\mathcal{O}$ を係数にもつモニック多項式である。 $\phi_b(t)$ を $\Phi(t)$ の $\mathcal{P}$ を法とする剰余多項式とする。

従って $\phi_b(t)$ は剰余体 $\overline{F} = \mathcal{O}/\mathcal{P}$ 上のモニック多項式である。定義より, ある非負整数 n_1, n_2 そして n_3 に対して

$$\phi_b(t) = \prod_i f_i(t) = t^{n_1} f_\ell(t)^{n_2} f_m(t)^{n_3}$$

となることがわかる。

定義 4. その fundamental Morris 型 stratum $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ が **split** とは, 多項式 $\phi_b(t)$ が次の条件を満たすときとする。

s/c が奇数であり, $\phi_b(t)$ は $\overline{F}[t]$ において

$$\phi_b(-t) = \pm \phi_b(t)$$

を満たし, そして条件

- (1) $\gcd(g(t), h(t)) = 1$, $g(-t) = \pm g(t)$, $h(-t) = \pm h(t)$, そして
- (2) $p(-t) \neq \pm p(t)$ を満たすある既約多項式 $p(t)$ に対して, $g(t)$ または $h(t)$ が $p(t)p(-t)$ によって割り切れる,

を満たす多項式 $g(t)$ と $h(t)$ に対して, $\phi_b(t) = g(t)h(t)$ と分解する。

$((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ が split でないならば, それを **non-split** と呼ぶ。

もし $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ が non-split ならば,

- (1) s/c は偶数の場合, $\phi_b(t)$ は任意, そして
- (2) s/c が奇数の場合, $\overline{F}[t]$ において

- (a) $p(-t) \neq \pm p(t)$ を満たすある既約多項式 $p(t)$ とある自然数 d に対して,
 $\phi_b(t) = p(t)^d p(-t)^d$ となる, または
 (b) $p_i(-t) = \pm p_i(t)$, $\gcd(p_i(t), p_j(t)) = 1$ ($i \neq j$) を満たす既約多項式
 $p_1(t), \dots, p_r(t)$ と自然数 $d_1, d_2, \dots, d_r$ に対して,
 $\phi_b(t) = p_1(t)^{d_1} p_2(t)^{d_2} \dots p_r(t)^{d_r}$
 となる, ここで $p_i(t) = t$ を許す
 (Milnor [31] と Springer-Steinberg [44] を参照).

1 節で引用した Morris [33, 34], Kim [32], Adler [1], Adler-Roche [2], 刈山 [27], そして Stevens [45, 46] における fundamental Morris 型 stratum は non-split の例を与える. また GSp_4 の Moy [42, 43] もそうである.

最近次の結果を得た.

もし我々の G のある既約スムーズ表現 π がある non-split fundamental Morris 型 stratum $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ を含むならば, $b \in \mathfrak{m}$ となる $\mathfrak{g} = \text{Lie}(G)$ のある極大 parabolic 部分環の Levi 因子 $\mathfrak{m}$ が存在することを Hensel の補題を用いて証明できる. その指標 ψ_b から G のある開コンパクト部分群 J と, その 1 次元スムーズ表現 τ を構成できる. M を $\mathfrak{m}$ に対応する G の Levi 部分群とする. すると M の開コンパクト部分群 $J \cap M$ と, τ の $J \cap M$ への制限 (restriction) である 1 次元スムーズ表現 τ_M の組を得る. Howe-Moy [26] のようにして, 組 (J, τ) と組 $(J \cap M, \tau_M)$ とに付随する岩堀-Hecke 環の間に同型

$$\mathcal{H}(G, \tau) \simeq \mathcal{H}(M, \tau_M)$$

が存在することを証明できる. $M \simeq G_1 \times G_2$, ここで G_1 はある一般線型群 $GL_m(F)$, G_2 はシンプレクティック群 $Sp_{2m'}(F)$ または特殊直交群 $SO_{m'}(F)$ に同型である. M の 1 次元スムーズ表現 τ_M が $G_i \cap J$ の 1 次元スムーズ表現 τ_M^i ($i = 1, 2$) を導き, また岩堀-Hecke 環の同型

$$\mathcal{H}(M, \tau_M) \simeq \mathcal{H}(G_1, \tau_M^1) \otimes \mathcal{H}(G_2, \tau_M^2)$$

が存在する. もしある既約スムーズ表現がある split fundamental Morris 型 stratum を含めば, Bushnell-Kutzko [16] のある結果を用いて, それは supercuspidal でないことを証明できる. 最後に, s/c が偶数ならば, その fundamental Morris 型 stratum $((\mathcal{L}', \mathcal{L}''), \psi_b, P_n)$ に対応する $\mathfrak{g}$ の元 b はいかなる Levi 部分環にも属さないことを示せる. これらの結果より我々の split fundamental Morris 型 stratum の定義が妥当であることがわかる.

参考文献

- [1] J. Adler, *Refined anisotropic K-types and supercuspidal representations*, Pacific J. Math. 185(1), (1998), 1-32.

- [2] J. Adler and A. Roche, *An intertwining result for p -adic groups*, preprint, 2000.
- [3] C. Blondel and L. Blasco, *Types induits de paraboliqes maximaux de $Sp_4(F)$ et $GSp_4(F)$* , Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **49** (1999), 1805-1851.
- [4] J.-N. Bernstein (rédigé par P. Deligne), *Le centre de Bernstein*, in Représentations des groupes réductifs sur un corps local, Herman, Paris, (1984), 1-32.
- [5] F. Bruhat and J. Tits, *Groupes réductifs sur un corps local I, Données radicielles valuées*, Publ. Math. I.H.E.S. **41** (1972), 5-251.
- [6] F. Bruhat and J. Tits, *Schémas en groupes et immeubles des groupes classiques sur un corps local, 1^{re} partie: les groupes linéaire général*, Bull. Soc. Math. France **112** (1984), 259-301.
- [7] F. Bruhat and J. Tits, *Schémas en groupes et immeubles des groupes classiques sur un corps local, 2^{re} partie: groupes unitaires*, Bull. Soc. Math. France **115** (1987), 141-195.
- [8] C. J. Bushnell, *Hereditary orders, Gauss sums, and supercuspidal representations of GL_N* , J. reine angew. Math. **375/376** (1987), 184-210.
- [9] C. J. Bushnell and G. Henniart, *Local tame lifting for $GL(N)$ I:simple characters*, Publ. Math. de IHES **83** (1996), 105-233.
- [10] C. J. Bushnell and G. Henniart, *Local tame lifting for $GL(N)$ II:wild ramified supercuspidals*, Astérisque **83** (1999).
- [11] C. J. Bushnell, G. Henniart and P. C. Kutzko, *Local Rankin-Selberg convolutions for GL_n :Explicit formula*, J. Amer. Math. Soc. **11** (1998), 703-730.
- [12] C. J. Bushnell, G. Henniart and P. C. Kutzko, *Correspondence de Langlands locale pour $GL(n)$ et conducteurs de paires*, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4) **31** (1998), 537-560.
- [13] C. J. Bushnell and P. Kutzko, *The admissible dual of $GL(N)$ via compact open subgroups*, Ann. Math. Stud. **129**, Princeton Univ. Press, 1993.
- [14] C. J. Bushnell and P. Kutzko, *The admissible dual of $SL(N)$ I*, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4) **26** (1993), 261-279.

- [15] C. J. Bushnell and P. Kutzko, *The admissible dual of $SL(N)$ II*, Proc. London Math. Soc. **68**(3) (1994), 317-379.
- [16] C. J. Bushnell and P. Kutzko, *Smooth representations of reductive p -adic groups: Structure theory via types*, Proc. London Math. Soc. (3) **77** (1998), 582-634.
- [17] C. J. Bushnell and P. Kutzko, *Semisimple types for $GL(N)$* , Compositio Math. **119** (1999), 53-97.
- [18] P. Broussous, *Minimal strata for $GL(m, D)$* , J. reine angew. Math. **514** (1999), 199-236.
- [19] P. Broussous, *Extension du formalisme de Bushnell et Kutzko au cas d'une algèbre à division*, Proc. London Math. Soc. (3) **77** (1998), 292-326.
- [20] H. Carayol, *Représentations cuspidales du groupes linéaire*, Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. **17**, (1984), 191-225.
- [21] P. Deligne and G. Lusztig, *Representations of reductive groups over finite fields*, Ann. of Math. **103** (1976), 103-161.
- [22] D. Goldberg and A. Roche, *Types in SL_n* , preprint, 2000.
- [23] R. Howe, *Some qualitative results on the representation theory of GL_n over a p -adic field*, Pacific J. Math. **78** (1977), 479-538.
- [24] R. Howe, *Tamely ramified supercuspidal representations of GL_n* , Pacific J. Math. **73** (1977), 437-460.
- [25] R. Howe and A. Moy, *Harish-Chandra homomorphisms for p -adic group*, CBMS Regional Conference Series, No. **59**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1985.
- [26] R. Howe and A. Moy, *Hecke algebra isomorphisms for GL_n over p -adic field*, J. Algebra **131** (1990), 388-424.
- [27] K. Kariyama, *Very cuspidal representations of p -adic symplectic groups*, J. Algebra **207** (1998), 205-255.
- [28] K. Kariyama, *Split and non-split fundamental strata for split classical groups*, preprint, 2000.
- [29] K. Kariyama, *On filtrations of parahoric subgroups of split classical groups*, preprint, 2000.

- [30] D. Kazhdan and G. Lusztig, *Proof of the Deligne-Langlands conjecture for Hecke algebras*, Invent. Math. **87** (1987), 153-215.
- [31] J. Milnor, *On isometries of inner product spaces*, Invent. Math. **8** (1969), 83-97.
- [32] J. Kim, *Hecke algebras of classical groups over p -adic fields and supercuspidal representations*, Amer. J. Math. **121** (1999), 967-1029.
- [33] L. Morris, *Some tamely ramified supercuspidal representations of symplectic groups*, Proc. London Math. Soc. (3) **63** (1991), 519-551.
- [34] L. Morris, *Tamely ramified supercuspidal representations of classical groups I: Filtrations*, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4) **24** (1991), 705-738.
- [35] L. Morris, *Tamely ramified supercuspidal representations of classical groups II: representation theory*, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4) **25** (1992), 233-274.
- [36] L. Morris, *Fundamental G -strata for classical groups*, Duke Math. J. vol. **64**, No.3 (1991), 501-553.
- [37] L. Morris, *Level-zero G -types*, Compositio Math. **118** (1999), 135-157.
- [38] A. Moy and G. Prasad, *Unrefined minimal K -types for p -adic groups*, Invent. Math. **116** (1994), 393-408.
- [39] A. Moy and G. Prasad, *Jacquet functors and unrefined minimal K -types*, Comment. Math. Helvetici **71** (1996), 98-121.
- [40] A. Roche, *Types and Hecke algebras for principal series representations of split reductive p -adic groups*, Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4) **31** (1998), 361-413.
- [41] A. Moy, *A conjecture on minimal K -types for GL_n over p -adic field*. Representation theory and number theory in connection with the local Langlands Conjecture (J. Ritter, ed.), Contemporary Math. **86** (1989), 249-254.
- [42] A. Moy, *Representations of GSp_4 over a p -adic field I*, Compositio Math. Vol. **66** (1988), 237-284.
- [43] A. Moy, *Representations of GSp_4 over a p -adic field II*, Compositio Math. Vol. **66** (1988), 285-328.

- [44] T. Springer and R. Steinberg, 1970, *Conjugacy classes*, in Seminar on Algebraic Groups and Related Finite Groups (A. Borel and R. Carter et al, eds.), Lecture Notes in Mathematics, vol. **131** (1970), Springer, pp. 167-266.
- [45] S. Stevens, *Double coset decompositions and intertwining*, Preprint 99-76, Université de Paris-Sud, 1999.
- [46] S. Stevens, *Intertwining and supercuspidal types for p -adic classical groups*, Preprint 99-77, Université de Paris-Sud, 1999.

ONOMICHI JUNIOR COLLEGE, ONOMICHI 722-8506, JAPAN
 E-mail address: kariyama@onomichi-jc.ac.jp