

2007年度研究活動報告

(山内 雄介, Yusuke YAMAUCHI)

1 研究内容・成果

反応拡散方程式は燃焼現象やさまざまな化学現象を記述するモデルとして知られている。ある時間を境に解が発散する「爆発」は燃焼現象においてはいわば発火を意味し、「爆発集合」は発火範囲・発火点を、「爆発時刻」は発火時刻を意味する。報告者は特に冪乗型と呼ばれる反応拡散方程式の連立方程式系の爆発解の解析を行ってきた。爆発解の存在に関しては発表論文 [1][2] で報告者らが既に示している。特に [1] においては、既存結果の手法を統一し爆発解の存在を明らかにした。

報告者は本年度から「同時爆発」「非同時爆発」に主眼を置いて研究を進めている。連立方程式系においては、非線形項の形状によりその方程式系を構成する2つの解が「同時爆発」や「非同時爆発」を起こすことが既存研究により知られており、報告者は既存研究を更に一般化した連立方程式系における同時爆発解・非同時爆発解の解析を行っている。

(1) 同時爆発解の解析...非線形項がある条件を満たす特別な場合において、解の同時爆発性とその爆発増大度を明らかにした。具体的には、解の初期状態が非零の場合にその条件下で同時爆発を起こすことを示し、また非線形項の冪指数を用いてその爆発増大度を具体的に表すことができた。得られた爆発増大度は予想されていた物と合致しており、また先行結果からも結果は最適であると考察される。1999年の Chlebik-Fila のものを基本とするが、次の3点において変更を行った。

- ・自己相似変換の変更。扱う方程式系が先行結果と異なるため、自己相似変換を方程式系に合う形に変え解析を試みた。
- ・内部正則性評価を行う領域の変更。本研究では原点において非線形項が特異性を有しているため、その問題を回避すべく評価を行う領域の変更を行った。
- ・「爆発解の存在・非存在」に関する報告者の先行結果の適用。報告者は今回扱う方程式系において「解の存在・非存在」に関する結果を2006年に示している。これを用いることで、本研究においても証明が可能となった。

(2) 非同時爆発解の解析...本研究で扱う連立方程式の基となる単独方程式における爆発増大度の結果を用いて、一方の解は爆発するがもう一方の解は爆発せずに有界に留まる事実を示す。これは、2001年の Quiros-Rossi の手法

を基にしているが、従来使われていた「 L^∞ ノルム」に変えて計算の相性が良い「重み付き L^∞ ノルム」を採用する。本問題は多くの場合でまだ明らかになっておらず、現在も研究は進行中である。

2 発表論文

- [1] Y.Yamauchi, "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
Methods Appl. Anal. **13** (2006), 337-350
- [2] Y.Aoyagi, K.Tsutaya and Y.Yamauchi, "Global existence
of solutions for a reaction-diffusion system",
Differential Integral Equations **20** (2007), 1321-1339
- [3] Y.Yamauchi, "Existence and nonexistence of the global solutions
for a reaction-diffusion system",
数理解析研究所講究録 1542 現象の数理解析モデルと発展方程式 (2006), 58-76

3 主な口頭発表

- [1] "反応拡散方程式系の初期値問題における爆発解について",
第 26 回発展方程式若手セミナー,
おくとま路 2004 年 8 月
- [2] "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
MSJ-IRI 2005 "Asymptotic Analysis and Singularity",
東北大学 2005 年 6 月
- [3] "反応拡散方程式系の初期値問題における爆発解について",
北大偏微分方程式セミナー,
北海道大学 2005 年 6 月
- [4] "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
The 30th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations,
北海道大学 2005 年 8 月

- [5] "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
日本数学会 2005 年度秋季総合分科会,
岡山大学 2005 年 9 月
- [6] "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
第 3 回浜松偏微分方程式研究集会,
静岡大学 2005 年 12 月
- [7] "Existence and nonexistence of global solutions
for a reaction-diffusion system",
波動セミナー,
北海道大学 2006 年 1 月
- [8] "Existence and nonexistence of global solutions
for a reaction-diffusion system",
NLPDE seminar,
京都大学 2006 年 2 月
- [9] "Blow-up results for a reaction-diffusion system",
The 2nd COE Conference for Young Researchers,
北海道大学 2006 年 2 月
- [10] "Global existence and regularity of solutions
for a reaction-diffusion system",
日本数学会 2006 年度秋季総合分科会,
大阪市立大学 2006 年 9 月
- [11] "反応拡散方程式系における時間大域解の存在・非存在について"
現象の数理解析モデルと発展方程式,
京都大学数理解析研究所 2006 年 10 月