

2006年度 研究活動報告

永安聖 (NAGAYASU, Sei)

1 研究内容・成果

これまで、報告者は、層化された媒体に対する非破壊検査の逆問題の再構成手続きについて研究してきた。ここでまず、非破壊検査について述べる。ある物体の状態を測定したいが、我々が観測できるのはその物体の表面だけであり、物体の内部を直接観測することはできない、というのはよくあることである。非破壊検査とは、その物体の内部を推測するために行われる実験の一つであり、例えば次のような方法である。まず、物体の表面に人工的に衝撃を起こす。すると、その衝撃によって物体内部を波が伝わる。その波のうち、物体の表面付近に跳ね返ってくるものを観測し、その観測データから物体内部の様子を推測する。報告者は、この非破壊検査を層化された媒体に対して行ったとき、実際にどの程度の情報が再構成できるのか、ということをも、問題を数学的に定式化することにより調べてきた。

ここで、この問題が数学的にどのように定式化されるのかについて触れておく。衝撃によって引き起こされた波が媒体内を伝わっていく現象は、偏微分方程式として定式化される。そして、媒質の情報が方程式の係数に、波の伝播の様子が解にそれぞれ対応するので、この問題を定式化すると、表面での解の情報から方程式の係数を決定する問題となる。このような問題は逆問題と呼ばれている。

さて、この非破壊検査の問題に対し、まず物理空間の次元を1に限って、層の数が一般であるような棒状媒体 (図1参照) に対する非破壊検査による再構成手続きについて研究した。それに対する結果が [3] である。つまり、境界付近でデルタ関数の人工衝撃を起こし、半直線の端点で波を観測することにより、

- ・各層のインピーダンス
- ・各層の「幅」と「波の速度」との比

が、観測時間の長さに応じて端点に近い方から順々に再構成できることが分かった。

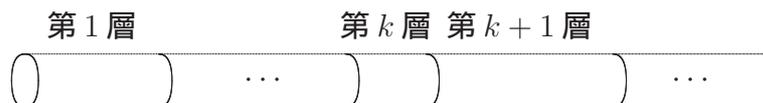


図1

ここで、「インピーダンス」とは、一言で言うと媒質の波を伝える能力を表すパラメータのことで、特に異なる媒質が接しているときの、各層の接合面の波の反射・透過に影響を与えるパラメータである。尚、その再構成手続きも非常に具体的な形で与えることができた。

この [3] では、証明の技術的な問題で、波を起こすための人工衝撃を、境界付近とはいえ、第 1 層の内部に与えていた。その後、中村玄氏との共同研究 [4] により、その人工衝撃を境界上に与えた場合についても扱うことができた。しかも、その人工衝撃は、デルタ関数に限らず、より一般の関数で良く、それでも 1 回の観測により、[3] の結論と同じだけの未知データの再構成をすることができた。

[3] や [4] での証明のアイデアの一つは、ある意味で境界での波（つまり偏微分方程式の解の境界でのデータ）を具体的に書ききってしまうことにある。[3] や [4] では、層の数が一般の場合を扱ったが、層の数の一般化により生じる主な問題点は、媒体内での波の反射や透過が幾度と無く起こるため、波の伝播を明示的に書ききることが難しくなることである。例えば、始めに境界に人工衝撃を起こした後、媒体内を伝わる波を、層の接合面で反射や透過が起こる度に順々に考察する方法では、反射や透過の頻度が多過ぎて、全体の波の伝播の様子を明示的に書ききるのは難しいように思われる。そこで、局所的な議論をつなぎ合わせるのではない、別の方法が要求される。その際に用いたのは、双曲型偏微分方程式の 2 層混合問題の基本解表示に関する、松村睦豪氏の結果である。その中で、基本解表示を得るために現れる Lopatinski 行列式を、層数 N についての一般項として求めることができたのが、[3]、[4] を得ることができた一つの要因である。

尚、この 1 次元層状媒体の逆問題については、これまでも多くの研究がなされているが、解を書ききってしまう、という方法でこの問題に取り組んだ研究は余り無い。一般に、偏微分方程式の解が具体的に書ききれる場合というのはそれ程多くは無いが、書ききれる場合は、その解表示から解についての様々な性質を導き出せることが期待できる。[3] や [4] の方法は、層状媒体に対する非破壊検査の逆問題の具体的な再構成手続きを得るための一つの可能性を与えている。

一方で、報告者は本年度から、中村玄氏や江渝氏と MRE (magnetic resonance elastography) の逆問題の再構成手続きについての共同研究を始めている。MRE とは、弾性体に外部から振動を与え、内部を伝播する波を観測（撮影）することにより、弾性体の堅さ等を調べる方法であり、例えば人間の細胞の堅さを測る非破壊検査の一つである。特に MRE の場合は、物体の内部の性質を直接観測することはできないが、内部を伝わる波は観測できるので、これを偏微分方程式の言葉で書き直すと、粘弾性方程式の解が考えている領域全体で既知であるときに、方程式の係数に現れている密度や粘弾性率に相当する関数を求める、という逆問題になる。この問題に対し、中村玄氏や江渝氏との共同研究で、まず係数が十分滑らかであるときについての研究を進めている。

又、この研究を進めていく際に、誤差付きの Cauchy 問題を解く必要が生じた。つまり、真の Cauchy データに十分近いデータが与えられたときに、偏微分方程式の真

の解に十分近い関数を得ることが要求された. 誤差付きの Cauchy 問題を解く方法の一つに, 交代法と呼ばれる方法があり, これは L^2 (二乗可積分) の枠組み (つまり, 近さを L^2 の意味で測った場合) では非常によく研究されている. しかしながら, 実際には, 例えば C^0 (最大値ノルム) 等の, より高い正則性での意味での近さが要求されることも多い. この問題は, 工学等の問題に由来する逆問題の枠に留まらず, 偏微分方程式の問題としても大変興味深い問題であり, これも中村玄氏や江渝氏と共同研究を進めているところである.

2 発表論文リスト

2.1 査読有

- [1] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, Osaka Journal of Mathematics **42** (2005), 613–632.
- [2] “An inverse problem for the elastic equation in plane-stratified media”, SUT Journal of Mathematics **41** (2005), 117–135.
- [3] “An inverse problem for the one-dimensional wave equation in multilayer media”, Osaka Journal of Mathematics **44** (2007) に掲載決定.

2.2 プレプリント

- [4] (中村玄氏との共同研究)
“A reconstruction formula for an inverse problem for a one-dimensional multilayer medium”, preprint.

2.3 査読無 (報告集等)

- [1] “The solution formula of the elastic equation in plane-stratified media and its applications for inverse problems”, 数理解析研究所講究録 1431 超局所解析とその周辺 (2005), 68–80.
- [2] “An Inverse Problem for the Elastic Wave Equation in Plane-Stratified Media”, Frontiers of Basic Science: Towards New Physics—Earth and Space Science—Mathematics, Osaka University Press, 409–410.
- [3] “多層からなる媒体に対する 1 次元波動方程式に関するある逆問題”, 北海道大学数学講究録 104 第 2 回数学総合若手研究集会 (2006), 193–197.

- [4] (中村玄氏との共同研究)
“多層からなる棒状媒体に対する非破壊検査の逆問題”,
第 28 回発展方程式若手セミナー報告集, 195–203.

3 口頭発表のリスト

3.1 2006 年度分

- [1] “An inverse problem for the one-dimensional wave equation in multilayer media”, 偏微分方程式セミナー, 北海道大学, 2006 年 6 月 12 日.
- [2] “An inverse problem for the one-dimensional wave equation in multilayer media”, Inverse Problems in Applied Sciences —towards breakthrough—, 北海道大学, 2006 年 7 月 3 日.
- [3] (中村玄氏との共同研究)
“多層からなる棒状媒体に対する非破壊検査の逆問題”,
第 28 回発展方程式若手セミナー, 六甲山 YMCA, 2006 年 8 月 9 日.
- [4] (中村玄氏との共同研究)
“A reconstruction with one measurement in an inverse problem for 1D multilayer media”, 2006 年度秋季総合分科会, 大阪市立大学, 2006 年 9 月 22 日.
- [5] (中村玄氏との共同研究)
“A reconstruction with one measurement in an inverse problem for a one-dimensional multilayer medium”, Seminar of the laboratory of wave processes, Sobolev Institute of Mathematics (Siberian Branch of Russian Academy of Science), 2006 年 10 月 5 日.
- [6] (中村玄氏との共同研究)
“多層からなる棒状媒体に対する逆問題の再構成手続き”,
解析セミナー, 筑波大学, 2006 年 11 月 1 日.
- [7] (江渝氏・中村玄氏との共同研究)
“A note on an iteration procedure for solving Cauchy problems”,
第 8 回北東数学解析研究会, 東北大学, 2007 年 2 月 20 日.

3.2 2005 年度以前分

- [8] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”,
偏微分方程式火曜セミナー, 京都大学, 2003 年 5 月 13 日.

- [9] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, 第 32 回神楽坂解析セミナー, 東京理科大学, 2003 年 5 月 24 日.
- [10] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, 微分方程式セミナー, 大阪大学, 2003 年 6 月 13 日.
- [11] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, 偏微分方程式集中セミナー, 城崎大会議館, 2003 年 8 月 4 日.
- [12] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, 2003 年度秋季総合分科会, 千葉大学, 2003 年 9 月 26 日.
- [13] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, 若手発展方程式待兼山セミナー, 大阪大学, 2003 年 10 月 30 日.
- [14] “An inverse problem for the wave equation in plane-stratified media”, Nonlinear Wave and Dispersive Equations, 東北大学, 2003 年 12 月 2 日.
- [15] “層化された媒体に於ける弾性方程式に対する逆問題”, 2004 年度年会, 筑波大学, 2004 年 3 月 29 日.
- [16] “層化された媒体に於ける弾性方程式に対する逆問題”, 微分方程式セミナー, 大阪大学, 2004 年 6 月 11 日.
- [17] “層化された媒体に於ける弾性方程式に対する逆問題”, 偏微分方程式集中セミナー, 城崎大会議館, 2004 年 8 月 9 日.
- [18] “The solution formula of the elastic equation in plane-stratified media and its applications for inverse problems”, 超局所解析とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2004 年 10 月 27 日.
- [19] “波の伝播を記述する方程式に対する或る逆問題—二層の媒質からなる媒体に対する反射法地震探査の有効性—”, 2004 年度冬の学校, 関西学院千刈セミナーハウス, 2005 年 3 月 15 日.
- [20] “An application of the elastic equation in plane-stratified media to inverse problems”, Fourier Analysis and Hyperbolic PDEs, Imperial College London, 2005 年 5 月 10 日.
- [21] “An application of the elastic wave equation in plane-stratified media to inverse problems”, MSJ-IRI 2005 (Asymptotic Analysis and Singularity), 仙台国際センター, 2005 年 7 月 19 日.
- [22] “An inverse problem for the one-dimensional wave equation in multilayer media”, 第 19 回波動セミナー, 北海道大学, 2005 年 12 月 9 日.

- [23] “多層からなる媒体に対する 1 次元波動方程式に関するある逆問題”, 第 3 回浜松偏微分方程式研究集会, 静岡大学, 2005 年 12 月 20 日.
- [24] “多層からなる媒体に対する 1 次元波動方程式に関するある逆問題”, 第 2 回数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2006 年 2 月 15 日.
- [25] “多層からなる媒体に対する 1 次元波動方程式に関するある逆問題”, 2006 年度年会, 中央大学, 2006 年 3 月 28 日.